ESCOLA DE ARTES, CIÊNCIAS E HUMANIDADES
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

ANA LUCIA SGANZERLLA DE OLIVEIRA

# O TANGRAM E A GEOMETRIA

São Paulo/ SP
2010

ANA LUCIA  SGANZERLLA DE OLIVEIRA

# O TANGRAM E A GEOMETRIA

Trabalho Final do Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza para o Ensino Fundamental apresentado para a Escola de Artes, Ciências e Humanidades – EACH - da Universidade de São Paulo – Campus Leste do Estado de São Paulo

**Orientador: Profº. Drº. Antônio Calixto de Souza Filho.**

**São Paulo/ SP**

**2010.**

**ANA LUCIA SGANZERLLA DE OLIVEIRA**

# O TANGRAM E A GEOMETRIA.

**Autora: Ana Lucia Sganzerlla de Oliveira.**
**Orientador: Profº Drº Antônio Calixto de Souza Filho.**

______________________________

**Orientador.**

**COMISSÃO JULGADORA**

______________________________

______________________________

______________________________

**São Paulo/ SP**

**2010**

# DEDICATÓRIA

Aos anjos que passam por nós sem nos darmos conta e que
de uma forma direta ou indireta nos proporcionam
momentos e situações de aprendizado
e nos mantêm perseverantes
em nossos objetivos.

# AGRADECIMENTOS

Primeiramente ao professor Drº Antônio Calixto de Souza Filho que me orientou, sempre intervindo nos momentos oportunos respeitando o meu tempo de amadurecimento de idéias e demonstrando a paciência necessária para este tipo de trabalho.

A todos os professores do curso que contribuíram para este momento, mas em especial a professora Drª Maria Elena Infante Malachias, pelo respeito à sua profissão e a paixão em fazer o que faz, que me fez ver e entender a responsabilidade de ensinar, e à professora Drª Maria Cristina Motta de Toledo, com quem pude contar nos momentos delicados desta jornada acadêmica.

Aos dois amigos de curso. A Margarete Santana (Margot) que me ajudou e foi minha companheira em grande parte dos trabalhos acadêmicos e ao Gilson Costa dos Santos (Gil) que esteve comigo até agora nesta etapa final do curso.

À minha família especialmente minha mãe Margarida, pela paciência e compreensão enquanto estive ausente estudando e que me incentivou desde o início e me apoiou nos piores e melhores momentos deste processo acadêmico.

A todos que me proporcionaram, de forma direta ou indireta, este momento de concretização de um sonho, o meu

MUITO OBRIGADA!

# O TANGRAM E A GEOMETRIA

**ANA LUCIA SGANZERLLA DE OLIVEIRA**

## RESUMO

O presente projeto tem como foco a utilização de forma lúdica do Tangram que é um material concreto manipulável, no ensino de geometria para os alunos do Ensino Fundamental II (5ª à 8ª série). A fundamentação teórica abrange um estudo sobre as Teorias de Ensino e Aprendizagem por meio do qual tratamos de dois importantes enfoques que são Behaviorismo e o Cognitivismo (Construtivismo), estabelecendo relações com as obras de Platão "A República" e o diálogo "Mênon". Bem assim, como no estudo sobre as definições de metodologia, métodos de ensino e a aplicação do material concreto manipulável, surgidas a partir do século XVIII através da figura de Maria Montessori. O entendimento das suas idéias acerca de jogos somadas a uma reflexão crítica sobre as Teorias de Ensino e Aprendizagem puderam clarear a compreensão sobre como poderíamos aplicar o Tangram no ensino de geometria em sala de aula. Além de abordar alguns tópicos da História da Geometria e da História do Tangram. Por fim, apresentamos um plano de ensino e um plano de aula para cada série do Ensino Fundamental II.

**Palavra chave:** Tangram, Geometria, Cognitivismo.

# THE TANGRAM AND GEOMETRY

**ANA LUCIA SGANZERLLA DE OLIVEIRA**

## ABSTRACT

This project focuses on the use of a playful Tangram is a concrete material to handle, in teaching geometry to elementary school students II 5th to 8th grade. The theoretical framework encompasses the study of theories of teaching and learning, through which we deal with two major approaches that are Behaviorism and Cognitivism (Constructivism), establishing relations with the works of Plato's Republic and the dialogue "Meno." As well as in the study of the definition of methodology, teaching methods and application of concrete manipulative materials, arising from the eighteenth century through the figure of Maria Montessori. The understanding of his ideas about games plus a critical reflection on theories of teaching and learning could clear understanding on how we could apply the Tangram in geometry teaching in the classroom. In addition to addressing some topics of the History of Geometry and the History of Tangram. Finally, we present a teaching plan and a lesson plan for each grade on II.

**Keyword:** Tangram, Geometry, Cognitivism.

# SUMÁRIO

# INTRODUÇÃO

A idéia de desenvolver um projeto com o uso do Tangram como material concreto manipulável para o ensino de Geometria em sala de aula surgiu da observação das dificuldades de aprendizagem dos alunos. O presente trabalho tem por objetivo desenvolver atividades com o uso do Tangram como estratégia para o ensino da Geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental II, baseando-se na Proposta Curricular do Estado de São Paulo. Para atingir este objetivo, num primeiro momento, realizamos um breve estudo sobre as Teorias de Aprendizagem e constatamos que a teoria que está relacionada com o uso do Tangram é o Cognitivismo (Construtivismo) onde o aprendizado está centrado no aluno que constrói o seu próprio conhecimento em contraposição ao Behaviorismo que estuda o comportamento e a aprendizagem é adquirida por meio de estímulos específicos e respostas. Relacionamos o Cognitivismo (Construtivismo) com o diálogo Mênon de Platão, onde Sócrates interroga um escravo sobre um caso particular do Teorema de Pitágoras julgando que o conhecimento do escravo era algo que ele trazia consigo de vidas passadas e que o aprendizado era uma reminiscência. Relacionamos também o Tangram com o diálogo porque a forma como Sócrates ensina o escravo, através da composição e decomposição das figuras geométricas apresentadas é a proposta do Tangram.

Como o Tangram trabalha com as figuras geométricas, foi realizado um breve estudo sobre a História da Geometria para obter um embasamento teórico. A Geometria faz parte da Matemática e tem em vista produzir uma abstração da realidade. A sua origem deve ter sido muito provavelmente na medição de terrenos no Egito antigo e desde então muitos filósofos e matemáticos vem desenvolvendo conceitos, teoremas e axiomas. A Geometria está por toda parte no nosso cotidiano, porém não é percebida e para explicar e descrever o mundo é preciso medir as formas e o espaços, trabalho que está relacionado com a percepção espacial. Atualmente desde artefatos simples até os complexos, são planejados tendo como base os sistemas geométricos. Por isso, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs, a importância de se trabalhar com a Matemática e Geometria em sala de aula, sob dois aspectos fundamentais que são as aplicações no cotidiano e as aplicações e avanços na própria Ciência Matemática.

O Tangram é um jogo, um quebra cabeça formado por sete peças, cujo desafio é recompor estas formas mudando as peças de posição. As regras desse jogo consistem em usar as sete peças em qualquer montagem colocando-as lado a lado sem sobreposição. O Tangram é um excelente material para estudar geometria, pois permite reconhecer e interpretar as características das figuras geométricas facilitando o cálculo de área por composição e decomposição, permite a resolução de problemas, formular hipóteses e verificá-las, desenvolvendo o raciocínio lógico dedutivo.

Quando iniciamos as pesquisas, tínhamos como material concreto apenas o Tangram plano confeccionado em papel cartão colorido, com ele poderíamos trabalhar apenas as formas geométricas planas. Para estudar as figuras geométricas não planas, foi desenvolvido Tangram tridimensional, confeccionado em madeira onde podemos trabalhar alguns conteúdos relacionados com a geometria espacial, fazendo com que o aprendizado da criança ao manipular este material proceda do concreto para o abstrato.

A manipulação do material concreto pelo aluno permite a verificação de aspectos próprios, desenvolvendo sua criatividade, imaginação e raciocínio para compreender as teorias e conteúdos aplicados.

Por fim, terminamos com o Plano de Ensino bimestral de Geometria para o Ensino Fundamental II baseados na Proposta Curricular do Estado de São Paulo e um Plano de Aula cujo tema está dentro dos conteúdos propostos.

# CAPÍTULO 1

## 1.1 - TEORIAS DE ENSINO E APRENDIZAGEM.

Presumimos que o ensino tem por objetivo a aprendizagem e ela é o resultado de uma experiência ou prática, ocorrida na mudança do comportamento. Segundo (Hill, 1990 apud Moreira, 1999), uma teoria é uma interpretação sistemática de uma área de conhecimento. Pode-se dizer que o termo teoria é usado para significar uma maneira particular de ver as coisas, de explicar observações ou de resolver problemas (Lefrançois, 1982 apud Moreira, 1999). Neste sentido, uma teoria de aprendizagem é uma construção humana para explicar de forma ordenada a área do conhecimento denominada de aprendizagem.

A aprendizagem é disseminada em todos os seus aspectos pela vida do indivíduo, ocorrendo uma interação entre estímulo e resposta. Os processos que envolvem essas teorias procuram conhecer a sua dinâmica, considerando a evolução cognitiva do homem, explicando a correlação entre o conhecimento prévio e o novo conhecimento.

Elas são formadas por várias teorias que são usadas para descrever os diversos estágios que percorrem os indivíduos no processo de aquisição do conhecimento, baseando-se nos modelos educacionais e em correntes de pensamento (Moreira, 1999, p.12-13).

Trataremos a seguir de dois importantes enfoques teóricos que são o Behaviorismo, Cognitivismo (Construtivismo).

## 1.2 – BEHAVIORISMO.

O Behaviorismo surgiu nos Estados Unidos no início do século XX como "uma reação à psicologia vigente no momento, o mentalismo, a qual se ocupava em estudar o que as pessoas pensavam e sentiam, ou seja, a idéia era ocupar-se do que as pessoas fazem, omitindo por desnecessária qualquer discussão sobre a consciência" (Hill, 1990 apud Moreira, 1999).

John B. Watson, psicólogo americano é considerado o fundador da corrente behaviorista dentro da Psicologia Científica. O Behaviorismo é uma teoria conhecida também como comportamentalismo, que tem por objetivo estudar o comportamento. A aprendizagem é adquirida através de novos comportamentos que são demonstrados por meio de estímulos específicos e respostas. Presume-se que no comportamento as respostas observadas estão relacionadas com eventos que as precedem que são os estímulos e com os que sucedem que são as conseqüências. Essa teoria recebe também o nome de estímulo e resposta, e tem como finalidade o estudo das manifestações que produzem mudanças comportamentais, mensuráveis e controladas por suas conseqüências. O aprendiz é considerado um objeto, sendo passivo no processo (Moreira, 1999, p.21).

Enfim, o Behaviorismo desconsidera o que acontece na mente do aprendiz enquanto dura o processo, entendendo que o aprendiz é um ser que responde aos estímulos do meio exterior.

## 1.3 – COGNITIVISMO.

O Cognitivismo "surge praticamente na mesma época do nascimento do Behaviorismo, em contraposição a ele e enfatiza exatamente aquilo que é ignorado pela visão behaviorista: a cognição, o ato de conhecer, como o ser humano conhece o mundo" (Moreira, 1999).

A teoria cognitivista tem por objetivo estudar a forma como o indivíduo conhece, processa, compreende e dá sentido às informações, ou seja, como interpreta a aprendizagem e a maneira sobre a qual os novos conhecimentos adquiridos se relacionam com os conhecimentos já existentes no aprendiz. Pesquisa os processos mentais, onde as estruturas cognitivas são adquiridas e reorganizadas pela mente.

Em meio às teorias cognitivas de aprendizagem mais antigas, ressaltamos a de Max Wertheimer (Gestalt) e a de Kurt Lewin. Entre as teorias cognitivas atuais e de importância no processo de pesquisa, citamos as de Jean Piaget e David Ausubel.

Do ponto de vista cognitivista, a aprendizagem é vista como um método de armazenamento de informações que ajuda na organização do conteúdo e das idéias sobre um assunto em uma determinada área do conhecimento. Procura relatar como os indivíduos compreendem, encaminham sua atenção para o ambiente a sua volta. Em suas memórias de longo prazo o que é aprendido, compreendido, reutilizado e integrado às informações. Os conhecimentos obtidos em um contexto são transferidos para outro. O processo de interiorização e a interação social com elementos ofertados pela cultura motivam o desenvolvimento cognitivo. Durante o processo de ensino e aprendizagem o potencial do indivíduo precisa ser levado em conta, porque o indivíduo não é somente um sujeito ativo, ele também é interativo, uma vez que desenvolve o conhecimento a partir das relações intrapessoais e interpessoais. A interação entre a experiência sensorial e a razão constrói o conhecimento, enquanto que a interação com as pessoas e objetos (meio) favorece o desenvolvimento do indivíduo (Moreira, 1999).

## 1.4 – CONSTRUTIVISMO.

Para Moreira (1999, p.15), "o Construtivismo é uma filosofia cognitivista interpretacionista. Cognitivista porque se ocupa da cognição, de como o indivíduo conhece, de como ele constrói sua estrutura cognitiva. Interpretacionista porque supõe que os eventos e objetos do universo são interpretados pelo sujeito cognoscente".

O Construtivismo está fundamentado na teoria de ensino centrada no aluno que possui liberdade para aprender e o seu desenvolvimento pessoal é avaliado. A construção do

conhecimento pelo aprendiz é denominada aprendizagem, onde há uma integração entre o pensamento, sentimentos e ações.
O relacionamento entre o professor e o aluno, está centrado na aprendizagem. O professor não é somente um transmissor de informações para o aluno, há uma interação entre eles através das experiências que são fatores para a aprendizagem.
No Construtivismo os autores mais conhecidos são Jerome S. Bruner, Jean Piaget e Lev S. Vygotsky, sendo os representantes mais notáveis da teoria cognitivista. São de grande relevância às contribuições realizadas ao Construtivismo por estes pesquisadores uma vez que partem do pressuposto de ver o ser como uma pessoa que aprende, valorizando o seu crescimento pessoal. O indivíduo é visto como um ser livre para escolher, não limitando a sua aprendizagem e aumentando o seu conhecimento.

No Construtivismo o aluno toma parte do seu próprio aprendizado por meio de pesquisas, experimentações, estímulos e desenvolvimento do raciocínio em meio a outras metodologias. As técnicas tradicionais são empregadas de forma inovadora, recusando os conhecimentos que são mostrados prontos. Destacamos também a relevância do erro que pode ser visto não como uma falha, porém como um degrau no caminho da aprendizagem. Finalmente, esta teoria de aprendizagem mostra que os indivíduos são atuantes na construção do próprio conhecimento dentro de uma situação expressiva que pode ser usada no aproveitamento prático do ensino e aprendizagem (Moreira, 1999).

Há registros da utilização e desenvolvimento de teorias de aprendizagem ao longo do conhecimento humano e reflexões sobre o pensamento e a forma como aprendemos como podemos constatar nos diálogos de Platão.

# CAPÍTULO 2

## 2.1 – PLATÃO.

Platão nasceu por volta de 427 a.C. e morreu por volta de 347 a.C. Ele pertencia a uma família aristocrática de Atenas e quando tinha cerca de vinte anos conheceu Sócrates de quem se aproximou e tinha grande admiração. Foi por meio de seus escritos que as idéias de Sócrates puderam ser reunidas e divulgadas, já que Sócrates não havia deixado nenhum texto escrito. Nos diálogos, habitualmente, Sócrates debate um assunto com outro pensador sofista até uma conclusão (Platão, 2009, p.322). Platão foi um dos grandes pensadores sendo considerado o primeiro pedagogo, não só por ter em seu tempo idealizado um sistema educacional, mas sobre tudo, por tê-lo integrado a uma dimensão ética e política. Para ele, a educação tinha como finalidade a formação do homem habitando num Estado justo como foi discutido em sua obra "A República" (Guimarães, 2008 apud Grandes Pensadores).

Ele defendeu a idéia de que a alma antecede o corpo e que antes de *encarnar*, tem acesso ao conhecimento, dessa forma todo aprendizado é resultado de uma recordação. Esta idéia foi discutida em seu diálogo "Mênon".

## 2.2 - "A REPÚBLICA".

A obra de Platão "A República" é considerada a mais importante. Os diálogos são realizados através do método dialético, ou seja, discutir usando argumentos e o raciocínio lógico. Nele são debatidas as questões referentes ao processo de formação do Estado ideal constituído por cidades com poucos problemas. São discutidas também, questões sobre um sistema educacional cujo objetivo é a formação de estadistas denominados guardiões. Esses guardiões receberiam uma educação especial desde criança até adulto quando termina o seu preparo e assim poderem ser perfeitos em suas tarefas como governantes filósofos.

No Livro I, Sócrates conversa com alguns amigos e também com Trasímaco que era um sofista oponente, no qual acontece uma polêmica a respeito da justiça. Trasímaco assegura que a justiça é a conveniência do mais forte, enquanto Sócrates encaminha com inteligência o debate de forma que seu opositor acaba concordando com o seu raciocínio onde a justiça é vista como uma virtude da alma. "...concordamos que a justiça é uma virtude da alma, e a injustiça, um defeito..." (353 a-e, p.42).

O debate continua no Livro II, onde Sócrates propõe investigar a natureza da justiça nas cidades e o diálogo é levado para a construção de uma cidade imaginária onde seus cidadãos, cada um com uma ocupação de tempo integral realizando um trabalho perfeito, pudessem diminuir as necessidades uns dos outros. "...Assim, portanto, um homem precisa de outro para uma necessidade, e outro ainda para outra, e, como precisam de muita coisa, reúnem numa só habitação companheiros e ajudantes. A essa associação pusemos o nome de cidade..." (369 a-e, p.56).

Sócrates continua debatendo sobre a necessidade de ter guardiões que seriam selecionados e formadores da cidade, do qual a arte exige cuidados. "...Portanto é tarefa nossa, segundo parece, e se na verdade formos capazes disso, proceder à escolha daqueles de qualidades e natureza apropriadas para a custódia da cidade..." (374 a-e, p.62).
Este guardião deveria ter qualidades como as de natureza física (perspicaz, rápido, forte, valente); psíquicas (animoso, brando, acerbo); intelectuais. "...não se te afigura que o futuro guardião precisará ainda de acrescentar ao seu temperamento fogoso um instinto filosófico..." (375 a-e, p.64).
Para conseguir estas qualidades é preciso educar o homem, definindo assim o público a ser educado. Então, ele propõe um método pedagógico de educação através da ginástica, música, abrangendo a literatura, enfim uma cultura geral. "... então que educação há de ser? Será difícil achar uma que seja melhor do que a encontrada ao longo dos anos, a ginástica para o corpo e a música para a alma..." (376 a-e, p.65).

No Livro III, é dito que educação através da ginástica deveria ter início desde criança e continuar por toda vida. De acordo com Sócrates não é o corpo que torna a alma boa, por mais perfeito que esse corpo seja, mas a alma boa que torna o corpo bom. A música deveria ser simples para alma, assim como a ginástica deveria ser simples para o corpo. Para praticar a ginástica precisa fazer uma dieta alimentar simples. São feitas algumas recomendações sobre esta alimentação que deveria ser a base de carne e peixe assados ao fogo, rejeitando molhos e doces. "...a melhor ginástica não seria irmã da música simples?... a ginástica conveniente é simples e acima de tudo a dos guerreiros... a simplicidade na música gera a temperança na alma, e a ginástica, a saúde no corpo..." (404 a-e, p.97-98).

No Livro IV, pela lógica de Platão entendemos que a cidade justa deve ser governada pelos homens da ciência e pelos filósofos, onde cada classe desempenhará uma função visando o bem comum. A cidade injusta é aquela cujo governo está nas mãos dos proprietários que não pensam no bem comum e que lutarão para manter seus interesses particulares. "... E agora digamos a inversa: se a classe dos negociantes, auxiliares e guardiões se ocuparem das suas próprias tarefas, executando cada um deles o que lhe compete na cidade, não se verificaria o contrário do caso anterior, existência da justiça, e isso não tornaria a cidade justa..." (434 a-e, p.129).

No Livro VII, Sócrates conversa com Glauco sobre o mito da caverna, que foi uma forma fantasiosa e ilustrativa que ele encontrou para ensinar que somos todos, desde criança, como prisioneiros em uma gruta subterrânea, escura, sem a luz do conhecimento. Nesta gruta a luz que entra, se estende por todo o seu comprimento. Os prisioneiros estão com algemas nas pernas e pescoço e são impedidos de mover a cabeça, conseguindo apenas olhar para frente. Em uma elevação está uma fogueira que serve de iluminação, encontrando-se acesa por detrás dessas pessoas. Na parede oposta da gruta são projetadas, pela luz da fogueira as sombras dos objetos transportados por homens falantes e calados. São produzidos na parede do fundo da gruta ecos das vozes dos homens falantes. Os prisioneiros só conseguem ver as sombras, não conseguem ver os homens e nem os objetos reais. O eco das vozes que os prisioneiros ouvem dizem ser as vozes das sombras. Sobre tudo que conseguem ver e ouvir que são as sombras, eles emitem uma opinião, fazendo um julgamento sobre tudo aquilo que jamais viram e ouviram que é o real. Estes prisioneiros, só serão libertos de sua ignorância, quando alguém soltar as suas algemas. Eles não têm idéia de como é a vida na luz, portanto não a desejam. Se alguém os retirarem dali à força ficarão muito irritados. Porém, quem for libertado dali, conhecerá a luz do Sol e entenderá a diferença entre os objetos reais e as sombras projetadas nas paredes. Neste caso, a educação seria a libertadora dessa caverna escura onde supõe-se que os prisioneiros têm a visão, porém estão cegos. Os cegos seriam os que não receberam educação e também aqueles que passaram a vida toda a aprender, porém jamais se tornaram voluntários para administrar a cidade. Estes deixam a caverna escura por uns tempos, mas são obrigados a voltar para lá porque não se mostraram verdadeiros filósofos, ou seja homens que têm olhos para ver. Os verdadeiros filósofos são os que saíram da caverna para a luz do Sol ao ponto de ver o ser e sua parte mais brilhante, que é o bem. Então, somente aqueles que sobreviverem e superarem todas as provas seriam os bem-sucedidos e se tornariam os governantes. "...os que sobreviverem e se tiverem evidenciado, em tudo e de toda a maneira, no trabalho e na ciência, deverão ser já levados até o limite, e forçados a inclinar a luz radiosa da alma para a contemplação do Ser que dá luz a todas as coisas... agüentarão os embates da política e assumirão cada um deles a chefia do governo..." (540 a-e, p.237-238).

Ressaltamos que Platão não defendia forçar os jovens ao estudo. Mesmo os futuros guardiões não eram obrigados a aprender de modo servil. Segundo Arthur A. Krenz, entender a mensagem da República requer grande atenção à conexão entre educação ou cultura (paideía), e a abordagem pedagógica (paidagogía) do ensinar e do aprender, que deve ser realizada na comunidade. O objetivo central da pedagogia (paidagogía) é encorajar a aprendizagem como uma forma de jogo (paidiá) que é a abordagem mais persuasiva e efetiva dos cidadãos livres em uma sociedade que honra os filósofos. "...não eduques as crianças no estudo pela violência, mas a brincar, a fim de ficares mais habilitados a descobrir as tendências naturais de cada um...” (537 a-e, p.234)

## 2.3 – MÊNON.

O pensamento do filósofo grego Sócrates, marca uma reviravolta na história da humanidade. A preocupação de Sócrates era levar as pessoas, por meio do auto conhecimento, à sabedoria e à prática do bem. Sócrates concebia o homem como um composto de dois princípios, alma (ou espírito) e corpo. Socrátes valorizava acima de tudo a verdade e as virtudes e afirmava que só o conhecimento conduz a prática da virtude (Guimarães, 2008 apud Grandes Pensadores).

No diálogo “Mênon” Sócrates interroga um jovem escravo, que nada aprendeu nesta vida, provando que todo o conhecimento que venha a revelar são recordações de uma vida anterior. O filosófo consegue mostrar que conhecemos verdades matemáticas que não aprendemos nem pelo ensino nem pela experiência mas pela recordação, porém são verdades absolutas, imutáveis e universais.

## 2.4 – DIÁLOGO DE MÊNON.

Sócrates inicia a conversa com o escravo certamente traçando na areia com um ponteiro um quadrado que tem lados medindo dois pés. Em seguida pergunta ao escravo se a figura que ele apresenta é um quadrado, se ela tem quatro linhas iguais, se as linhas que atravessam a figura também são iguais e se a figura deste gênero pode ser maior ou menor. O escravo responde que sim.

Sócrates interroga o escravo sobre o comprimento da figura, onde se um lado tivesse dois pés de comprimento e o outro lado também, quanto seria duas vezes dois pés. O escravo responde que quatro. Em seguida se não seria possível ter uma figura semelhante a esta, porém com o dobro da área, ou seja, tendo também todas as suas linhas e ângulos iguais. E quantos pés teriam? O escravo responde que sim, e que teria oito. Sócrates pede para o escravo dizer qual seria o comprimento de cada linha da nova figura e quantos pés teria a linha da figura dupla. O escravo responde que é evidente que teria o dobro. (Ver figura 1)

Observe que neste momento há uma indução comum às pessoas, de linearidade, ou seja, parece natural que dobrar a área resulta em dobrar o comprimento do lado. Tal fato seria correto para a área de um retângulo, ou mesmo para o perímetro do quadrado, mas no caso da área do quadrado isso não ocorre.

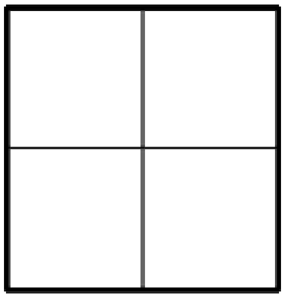


Figura 1: Quadrado construído por Sócrates
Fonte: Google images – prof2000.pt

> **Neste momento, Sócrates voltando-se para Mênon diz: vês, Mênon, que não lhe estou a ensinar nada e que me limito a interrogá-lo? Neste momento ele julga saber qual é o comprimento do lado que dá um quadrado de oito pés. Concordas comigo? Mas sabe-o? Ele julga que esse lado é o dobro do precedente. Agora observa como ele se vai recordar de maneira correta. (Sócrates em Mênon 82)**

Sócrates dirigindo-se ao escravo pergunta se a linha de comprimento duplo produz a figura de tamanho duplo. Referindo-se a uma figura comprida aqui e curta ali. Uma figura que tenha uma extensão dupla, ou seja, de oito pés. E se o escravo julga que essa linha é obtida por duplicação. O escravo responde pensar que sim. E Sócrates continua a interrogar, esta linha estará duplicada se lhe juntarmos, a partir deste ponto, outra de igual comprimento? O escravo responde que sem dúvida.

É então que Sócrates constrói a figura de oito pés, traçando quatro linhas iguais, contendo ela quatro quadrados iguais ao primeiro, quatro vezes maior. (Ver figura 2)

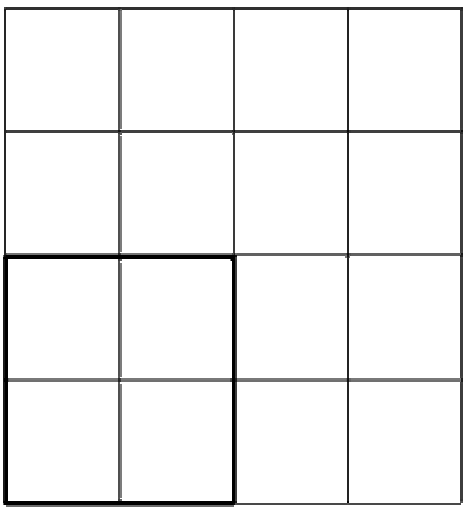


Figura 2: Quadrado construído por Sócrates
Fonte: Google images – prof2000.pt

Sócrates continua dizendo que uma coisa quatro vezes maior do que outra é o dobro dela e o escravo diz que não, mas o quádruplo. Portanto, dobrando a linha não se constrói a figura dupla, mas sim o quádruplo e que quatro vezes quatro são dezesseis. Para que a linha tenha três pés basta juntar a esta, a metade do seu comprimento que seria dois pés mais um pé. E neste lado, também dois pés mais um pé.

Para recordar o escravo de como o processo de fato ocorre, Sócrates recorre a um argumento comum quando se trata de operações como a do cálculo da área de um quadrado que é a comparação. De modo simples ele argumenta que sendo 9 menor que 16, o lado do quadrado não poderia ser o dobro

Mas se a figura tem três pés neste lado e três pés naquele lado, três vezes três pés, que são nove. Mas, para que a figura fosse dupla da primeira, deveria ter oito pés. Assim, não é a linha de três pés que nos dá uma figura de oito pés. E que linha seria então? Pergunta Sócrates, pedindo para o escravo mostrá-la na figura. O escravo diz não saber.

> **Sócrates voltando-se para Mênon diz: vês, Mênon, a distância que ele já percorreu no percurso da reminiscência? A princípio, não sabendo o lado do quadrado de oito pés, que aliás ainda não sabe, julgava sabê-lo e respondia com segurança, como se soubesse, sem qualquer sentido da dificuldade. Agora tem consciência do seu embaraço e, embora não saiba, pelo menos não julga que sabe. Não está ele agora em melhor posição relativamente àquilo que ignorava?**
>
> **Embaraçando-o, e entorpecendo-o como faz a raia, ter-lhe-emos causado algum dano? Pelo contrário, ajudamo-lo a descobrir a sua posição relativamente à verdade. Agora, como ignora, terá prazer em procurar; enquanto que anteriormente ele não hesitaria em dizer e em repetir com confiança perante uma multidão que, para duplicar um quadrado, se deve duplicar o lado.**
>
> **Crês que ele se disporia a procurar e a aprender uma coisa que ele não sabia, mas que julgava saber, antes de se ter sentido embaraçado por ter tomado consciência da sua ignorância, e de ter sentido o desejo de saber? Portanto, o entorpecimento foi-lhe proveitoso.**
>
> **Observa agora o que esse embaraço o vai fazer descobrir, procurando comigo, sem eu lhe ensinar nada, pois tenciono apenas interrogá-lo. Vê se consegues surpreender-me a dar-lhe ensinamentos ou explicações, em vez de me limitar a pedir a sua opinião. (Sócrates em Mênon 84).**

Dirigindo-se ao escravo Sócrates mostra uma figura de quatro pés, juntando a ela outra igual e depois mais uma também igual às duas primeiras, completando assim a figura com mais uma quarta. Formando uma figura quatro vezes maior com quatro figuras menores.

As linhas que vão de um ângulo a outro, dividem ao meio cada um dos quadrados. E as quatro linhas iguais delimitam um novo quadrado. Estas linhas dividem ao meio cada um dos quadrados, formando quatro metades em relação a dois quadrados. Estes medem oito pés e a linha que vai de um ângulo a outro no quadrado de quatro pés. Esta linha os sofistas chamam de diagonal. A figura dupla se forma sobre a diagonal. (Ver figura 03)

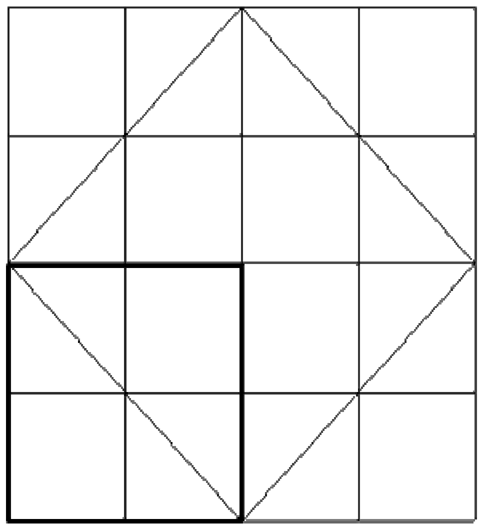


Figura 3: Quadrado construído por Sócrates
Fonte: Google images – prof2000.pt

**Sócrates voltando-se para Mênon diz: Que te parece, Mênon? Há, alguma opinião que não tivesse tirado de si próprio? E, contudo, ele não sabia, como há pouco verificamos. Então estas opiniões estavam dentro dele, não estavam? Portanto, quem não sabe tem dentro de si opiniões verdadeiras acerca daquilo que ignora. Ao serem despertadas, as opiniões verdadeiras têm o efeito de um sonho. Mas se as mesmas questões lhe forem postas frequentemente e de diversas maneiras, poderás estar certo de que chegará a possuir um conhecimento tão exato como o mais sabedor.**

**Saberá sem que ninguém o ensine, mediante um simples interrogatório, encontrando a ciência no seu próprio interior. Mas encontrar em si mesmo a ciência não será recordar-se? E não terá, ou adquirido nalguma ocasião, ou sempre tido, a ciência que agora possui? Ora, se sempre possuiu o conhecimento então sempre soube. E, se o adquiriu nalguma ocasião então não foi nesta vida. Ou, acaso, alguém ensinou geometria ao teu escravo? Aliás, repetiria com todas as demais ciências o que acaba de fazer com a geometria. E, então, quem foi que o instruiu relativamente às ciências? Poderás responder-me, pois ele nasceu, como disseste, em tua casa, e aí cresceu. E, todavia, ele possui efetivamente tais conhecimentos. Ou, acaso, achas que não? (Sócrates Mênon 85 c à d)**

## 2.5 – O DIÁLOGO DE MÊNON E O COGNITIVISMO.

A Teoria de Aprendizagem que está relacionada ao diálogo Mênon é o Cognitivismo. Podemos observar neste diálogo, Sócrates ao interrogar o escravo sobre como duplicar a área de um quadrado, um caso particular do Teorema de Pitágoras, o escravo através de um raciocínio dedutivo lógico, relaciona os novos conhecimentos com os já existentes em sua mente, compreende e dá sentido às informações, ocorrendo a aprendizagem. Estas são algumas características do cognitivismo. Sócrates nada mais fez do que interrogar o escravo, despertando a sua curiosidade, porque na realidade ele revela dominar a técnica de contagem, de multiplicação, sabe o conceito de números naturais, tem noção de espaço tanto que recorre a conceitos como de reta, área, quadrado, diagonal, dobro, quádruplo que são conceitos aprendidos e não descobertos. Quando Sócrates utiliza novos conceitos estabelece novas conexões para resolver o problema inicialmente colocado. Esses conceitos são de "juntar" que é uma forma de compor e decompor figuras geométricas, acrescentando e desfazendo linhas traçadas para conseguir o quadrado almejado. Podemos imaginar esta situação vivenciada por Sócrates e o escravo em sala de aula, onde o professor apresenta novas técnicas de aplicação para resolução de problemas matemáticos inclusive de resolver problemas novos não ensinados para alunos como diz Gottschalk:

> **"Uma vez introduzidos esses novos modos de operar com os conceitos no jogo de linguagem da geometria, espera-se que o aluno possa resolver problemas análogos a partir de um certo momento não previsível, e que também será capaz, até, de resolver problemas novos, ainda não ensinados pelo professor. Isto porque o aluno terá aprendido não só uma nova regra (no caso, o teorema de Pitágoras), mas fundamentalmente, por ter percorrido todo um caminho que lhe atribui significado, ao longo do qual outros modos de ver sua experiência foram sendo sugeridos pelo seu professor, além das novas técnicas introduzidas. E é este *saber fazer* aprendido que capacita o aluno a construir por si só novos conhecimentos." (Gottschalk, C.M.C., 2007, p. 27)**

Em outro momento do diálogo há uma abordagem geométrica do Teorema de Pitágoras, a partir do qual é estudado o caso do quadrado, isto é, quando os catetos são iguais. Neste caso, o Tangram mostra-se como material didático eficiente utilizado de maneira análoga a apresentada no diálogo de Platão. Isso parece sugerir que o Tangram tem em sua estrutura didática características relacionadas ao Cognitivismo.

Pela observação do aspecto geométrico do diálogo, então iniciamos algumas considerações à cerca da geometria.

# CAPÍTULO 3

## 3.1 – HISTÓRIA DA GEOMETRIA.

Por volta do sexto milênio a.C. a população egípcia começou a se concentrar no vale do rio Nilo, formando as primeiras aldeias (nomos), que mais tarde evoluíram para prósperas cidades agrícolas e depois se uniram formando o Alto Egito (ao sul) e o Baixo Egito (ao norte). O Egito sempre dependeu do Nilo para sua formação e seu desenvolvimento. O rio Nilo é um grande rio que está localizado num dos pontos mais seco e deserto a nordeste do continente africano. Ele nasce ao sul da linha do Equador e deságua no Mar Mediterrâneo. Os egípcios viviam basicamente da agricultura sendo o rio Nilo a fonte de vida desse povo. Com a neve derretida das regiões montanhosas e as fortes chuvas sazonais de junho a setembro na nascente do rio Nilo faziam com que aumentasse o seu volume de água transbordando e encobrindo grandes extensões de terras em suas margens, depositando matéria orgânica e fertilizando o solo. Neste período de cheia, além da fertilização o rio trazia grande quantidade de peixes e dava oportunidade para milhares de barcos navegarem em suas águas fluviais trazendo vida e sustento para o deserto. Os camponeses eram encaminhados para as cidades, onde realizavam outros trabalhos que não a agricultura. O rio Nilo para o povo egípcio era tido como sagrado e uma verdadeira benção dos deuses. Heródoto um historiador antigo grego fez conhecer a frase "O Egito é uma dádiva do Nilo" (Mlodinow, 2010, p.18).

A inundação do vale do rio Nilo durava quatro meses e depois desse período o rio se retraia diminuindo, assim iniciava o período de seca que duravam oito meses. Este período de oito meses era dividido em duas estações a perit para o cultivo e a shemu para a colheita. Por volta de 3500 a.C. o povo egípcio já dominava a indústria de trabalhos manuais e metalurgia e também já tinham desenvolvido a escrita. Sobre a produção agrícola, industrial e toda riqueza, o povo deveria pagar impostos. O governo é quem determinava o valor desses impostos, os da terra eram calculados tendo por base a altura da enchente do ano e na área da superfície das propriedades. Com as cheias, desapareciam as divisas das propriedades agrícolas, assim todos os anos era necessário realizar novamente medidas das propriedades para calcular os impostos. Isso proporcionou o desenvolvimento da geometria e da matemática. Para realizar esse levantamento topográfico eram necessários três escravos que chamavam harpedonopta que significa “um esticador de corda”. A corda tinha “nós” a uma determinada distância, que quando esticada, esses nós serviam de vértices formando um triângulo (Mlodinow, 2010, p.18-19).

Os egípcios tinham um conhecimento matemático impressionante, podemos observar a construção das pirâmides, onde a base era quadrada e as faces em forma de triângulo, com uma altura de 145 metros aproximadamente, devendo ser de blocos sólidos, pesando por volta de 2 toneladas cada. Entre 2000 a.C. e 1700 a.C. os babilônios, desenvolveram um sistema matemático mais sofisticado que dos egípcios. Essas duas civilizações conheceram o teorema de Pitágoras onde $a^2 + b^2 = c^2$ (onde c é o comprimento da hipotenusa de um triângulo retângulo, e a e b os comprimentos dos dois lados). Os babilônios nunca questionaram essas relações e como poderiam aplicá-la, embora tivessem o conhecimento isto só ocorreu quando os primeiros gregos começaram a estudar geometria (Mlodinow, 2010, p.20-22).

Em Mileto perto de 640 a.C. nasce Tales de Mileto, um comerciante que virou filósofo. E quem preparou o caminho para as grandes descobertas dos pitagóricos e para “Os Elementos” de Euclides. Na época em que ele viveu ocorreu uma revolução no pensamento humano com a iluminação e o despertar da mente humana. Tales tinha uma sede insaciável pelo conhecimento e os gregos valorizavam a busca pelo conhecimento.

Tales em suas viagens à Babilônia, estudou a ciência e a matemática da astronomia e ao trazer este conhecimento para a Grécia ganhou fama. Em 585 a.C. ele prevê um eclipse solar que aconteceu durante uma batalha entre lídios e os persas, interrompendo o combate trazendo paz duradoura. Também passou um longo período de tempo no Egito. Foi capaz de compreender e “deduzir” técnicas geométricas, solucionando problemas a partir de um outro. Os egípcios ficaram impressionados com a demonstração de como poderiam medir a altura de uma pirâmide aplicando o conhecimento das propriedades de triângulos semelhantes. Tempos depois calculou a distância de um navio no mar usando técnica similar. Tales foi nomeado na Grécia como um dos “Sete Sábios”, fez parte de um grupo formado pelos sete homens mais sábios do mundo. Iniciou a sistematização da geometria e demonstrou os teoremas geométricos que séculos mais tarde, Euclides reuniria no seu “Os Elementos”. Inventou o primeiro sistema de raciocínio lógico e a considerar o conceito de congruência de figuras espaciais. E também, quando duas figuras num plano podem ser consideradas iguais se ao deslizá-las e girá-las uma coincidi exatamente com a outra. Foi um salto na matematização do espaço, quando estendeu a idéia da igualdade numérica para objetos espaciais (Mlodinow, 2010, p.24-25).

Tales era um homem enfraquecido pela velhice quando encontrou Pitágoras de Samos, aquele que seria o mais importante precursor de Euclides. Samos era uma cidade localizada numa ilha de mesmo nome no mar Egeu, próximo de Mileto. Pitágoras era um jovem gênio que tornou discípulo de Tales. Ele recomendou à Pitágoras que fosse para o Egito, para conhecer as descobertas realizadas por este povo no campo da matemática e geometria. Quando Pitágoras chegou lá não encontrou poesia na matemática egípcia, os objetos eram de natureza física (os egípcios ainda utilizavam cordas para medir). Coube então aos gregos e não aos egípcios a concepção intelectual que conduziu a matemática ao romantismo e a metáfora, tais como o espaço pode ser uma abstração matemática que pode ser aplicada em diferentes circunstâncias e que uma linha é somente uma linha, porém essa mesma linha pode representar outras situações (Mlodinow, 2010, p.26-29).

De acordo com as lendas, Pitágoras após algumas experiências, descobriu a progressão harmônica das notas musicais, sendo um dos primeiros exemplos do mundo físico descrito em termos matemáticos. Pitágoras e seus seguidores descobriram muitos padrões numéricos, algo que tornava a matemática intrigante, tal como os padrões das "Pedrinhas de Pitágoras". Eles imaginaram os números inteiros como pedrinhas ou pontos formando certos padrões geométricos. Alguns números podem ser formados arrumando as pedrinhas igualmente em duas colunas de dois, três colunas de três, e assim por diante, até que essa disposição forme um quadrado. Também descobriram números que conforme sua disposição, podem formar triângulos. Os pitagóricos ficaram fascinados com as propriedades dos números quadrados e triangulares (Mlodinow, 2010, p.29-30).

Sobre o Teorema de Pitágoras, imagine os estudiosos antigos investigando e analisando toda espécie de triângulo, girando comparando e medindo seus lados e ângulos. Observando que em todo triângulo retângulo, o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos outros dois lados. E que isto é verdadeiro para triângulo e retângulo seja ele pequeno ou grande, mas não sendo para outro tipo de triângulo, isto deve ter parecido mágico. Pitágoras usava um tipo de multiplicação geométrica para demonstrar seu teorema. Hoje as demonstrações baseiam-se na álgebra e até mesmo na trigonometria (Mlodinow, 2010, p.30-32).

Pitágoras permaneceu no Egito por 13 anos quando partiu contra sua vontade, levado prisioneiro pelos persas que invadiram o Egito. Quando chegou à Babilônia, foi libertado retornando à Samos sua terra. Em Samos, contavam muitas histórias, mitos e lendas sobre sua vida, fazendo com que as pessoas não acreditassem em suas pregações, por isso Pitágoras partiu para Crotona, uma cidade italiana colonizada por gregos, onde ele estabeleceu sua sociedade de seguidores, onde o sigilo desempenhou um papel importante. De acordo com uma lenda, uma das descobertas de Pitágoras, que tornou secreta sob pena de morte se fosse revelada, foi o problema de determinar o comprimento da diagonal do quadrado unitário. Os babilônios calcularam e chegaram a um valor aproximado com seis casas decimais. Os pitagóricos queriam saber o valor exato, porém atingiam apenas aproximações melhores, sem chegar à resposta exata. Hoje sabemos que o comprimento da diagonal de um quadrado é igual à raiz quadrada de dois e esses números receberam o nome de irracionais (Mlodinow, 2010, p. 34-38).

Por volta de 300 a.C. no litoral sul do mar Mediterrâneo, viveu um homem cuja sua obra deu novo sentido à filosofia até o século XIX, Euclides era seu nome. Ele foi o primeiro grande matemático e estudioso que trabalhou em Alexandria. A sua vida é pouco conhecida, o que se sabe é que fundou uma escola em Alexandria, teve brilhantes alunos e escreveu pelo menos dois livros. Uma obra sobre cônicas, que tratava sobre o estudo de curvas geradas pela interseção de um plano e um cone e a famosa obra "Os Elementos" que é um dos mais lidos em todos os tempos. Sua contribuição mais importante foi seu método lógico, tornando explícitos os termos, formulando definições precisas e a compreensão das palavras e símbolos. Também tornou explícitos os conceitos e claros os axiomas ou postulados. O objetivo de Euclides era livrar o seu sistema das suposições não reconhecidas e baseadas na intuição, nas conjeturas e na inexatidão. Para tanto formulou 23 definições, 5 postulados geométricos, 5 postulados adicionais, e com base neles demonstrou 465 teoremas. Euclides em suas definições incluiu termos como ponto, linha, linha reta, linha paralela, círculo, ângulo reto, superfície e plano. Esses termos foram definidos de forma bem precisa (Mlodinow, 2010, p.39-47).

Em torno de 336 a.C. Alexandre, o Grande, assumiu o comando das terras helênicas conquistadas por seu pai Filipe II. Ele teve uma educação liberal, onde o conhecimento e a geometria eram muito valorizados, como também respeitava e encorajava a comunicação entre as culturas estrangeiras. Em 332 a.C. Alexandre dá início a construção de Alexandria e nove anos após ter começado sua construção ele morre. Finalmente Alexandria foi concluída, tornando o centro da matemática, ciência e filosofia gregas. Ptolomeu II, filho de Ptolomeu assumiu o poder e construiu uma grande biblioteca e museu em Alexandria tornando-a um centro intelectual, onde os maiores sábios estudariam geometria e espaço. Muitos dos seguidores de Euclides, como grandes pensadores matemáticos e científicos trabalharam nesta biblioteca. Em 212 a.C., Eratóstenes de Cirena, o bibliotecário principal de Alexandria, tornou-se o primeiro na história a medir a circunferência da Terra, utilizando a geometria. Isto foi possível através do comprimento da sombra medida em Alexandria e um teorema do livro "Os Elementos" sobre duas linhas paralelas sendo cruzadas por uma outra linha. Muitos foram atraídos para Alexandria como Arquimedes, Cláudio Ptolomeu, Hiparco e outros.

Em torno do século II d.C., grandes avanços já tinham ocorridos na matemática, física, engenharia, cartografia e também que os átomos eram pedacinhos indivisíveis que formam a matéria. O ser humano tinha começado a entender seu lugar no Universo, porém, ocorreram alguns episódios que retardaram os avanços começados pelos gregos. Com a queda do império dos Ptolomeus os romanos conquistaram Alexandria e também a Grécia, tornando-se protetores da herança grega. Apesar de serem herdeiros das tradições gregas, os imperadores romanos não apoiavam a matemática como Alexandre e os Ptolomeus, por isso enfrentaram muitos problemas técnicos e de engenharia, quando conquistaram grande parte do mundo. Na história, nenhum teorema matemático foi demonstrado ou citado por um matemático romano. Os livros técnicos escritos em latim foram considerados obras ilegítimas e adaptadas dos conhecimentos gregos. Hipácia foi a primeira grande mulher e intelectual a trabalhar na biblioteca de Alexandria. Ela era filha de Téon, um grande filósofo e matemático. No final do século V d.C. em Alexandria havia muita agitação social com conflitos entre cristãos e não-cristãos, como gregos e judeus, onde uma grande multidão de cristãos invadiu e queimou parte da biblioteca de Alexandria. Hipácia era uma palestrante muito carismática e suas palestras sobre Platão e Aristóteles eram bem concorridas. Por discutir assuntos municipais e políticos, tornando-se opositora a Cirilo líder religioso da época, ela foi assassinada, suas obras destruídas e algum tempo depois o que restou da biblioteca de Alexandria destruída também. Com o incêndio da biblioteca muitos tesouros da matemática babilônica e grega foram para sempre perdidos. Das 100 peças teatrais de Sófocles, apenas sete foram recuperadas, de "Os Elementos" de Euclides só restaram fragmentos de uma tradução em latim, que continha apenas fórmulas com aproximações. A Europa entrava num período de decadência intelectual a "Idade das Trevas". Porém, na última fase do período medieval por volta do século XVII, o pensamento grego seria reavivado através do surgimento de um grupo de pensadores e matemáticos como Fermat, Leibniz, Newton, Descartes, Gauss, Einstein e Witten, entre outros, que provocariam uma revolução na geometria e na compreensão do espaço (Mlodinow, 2010, p. 49-58).

# CAPÍTULO 4

## 4.1 – HISTÓRIA DO TANGRAM.

O Tangram é um jogo (um quebra-cabeça) milenar que pode ter mais de 4000 anos de idade, e teve sua origem na China. Existem diferentes versões para o significado da palavra Tangram. Uma delas diz respeito a sílaba final da palavra que é o "Gram" que significa alguma coisa desenhada ou escrita com uma figura ou representação. Já a primeira parte da palavra, a sílaba "Tan" tem um significado bastante duvidoso e com muitas interpretações. Talvez a mais conhecida têm relação com a dinastia Tang (618-906), uma das mais poderosas e longas da história chinesa, de modo que certos dialetos do sul da China diz que o sinônimo de chinês é a palavra Tang. Outra interpretação, está relacionada com a palavra chinesa "Tchi Tchiao Pan", que significa "Sete Peças da Sabedoria" ou "Os sete pedaços inteligentes" ou " O quebra-cabeça de sete sabedorias" onde seu criador talvez tivesse alguma finalidade religiosa ou mística para descrever o mundo, utilizando as sete peças. São apenas suposições porque não há nenhum registro histórico que confirme estas relações. (Souza, 1997, p. 1-2)

Uma outra interpretação diz que um chinês chamado Tam deixou cair uma tábua quadrada de argila, a qual teria se partido em sete pedaços. Enquanto tentava juntar os pedaços para formar novamente o quadrado, teria composto várias outras formas. O Tangram foi trazido da China para a Europa e Ocidente na metade do século XIX., e em 1818 ficou conhecido na América, vindo a ser um jogo muito popular nos Estados Unidos, Alemanha, França, Itália e Áustria. É interessante observar, que na mesma época da expansão para o Ocidente, a revista Leipziger Magaziner publicou o seguinte artigo sobre o Tangram: "as novas demonstrações matemáticas euclidianas tornaram-se claras e acessíveis aos jovens através das peças triangulares que fazem parte do quebra-cabeça chinês" (W. William apud Brito & Menezes, 2004).

Independente de qual versão para origem do Tangram é a verdadeira, desde há muito tempo centenas de formas têm sido registradas em vários livros. O desafio do quebra-cabeça é recompor estas formas mudando as sete peças de posição. As regras desse jogo consistem em usar as sete peças em qualquer montagem colocando-se lado a lado sem sobreposição, com quais é possível criar e montar cerca de 1700 figuras entre animais, pessoas, objetos, letras, números, figuras geométricas entre outros (Souza, 1997, p.1-2)

Apesar das figuras do Tangram darem a impressão de simplicidade, a sua montagem exige reflexão, sutileza e imaginação. O jogo pode ser utilizado tanto individualmente como em grupo.

O Tangram é composto por sete peças que podem ser posicionadas de maneira a formar um quadrado com cinco triângulos de vários tamanhos, um quadrado e um paralelogramo. Ele pode ser construído com materiais diferentes como papel cartão, papel para dobradura e madeira. Mostraremos a seguir a seqüência de como construir o Tangram através de dobradura.

## 4.2 – CONSTRUINDO O TANGRAM POR DOBRADURA.

**1.** Utilizando uma folha de papel dobradura ou similar, recorte um quadrado. Nomeie os vértices desse quadrado ABCD, (conforme a figura 1).

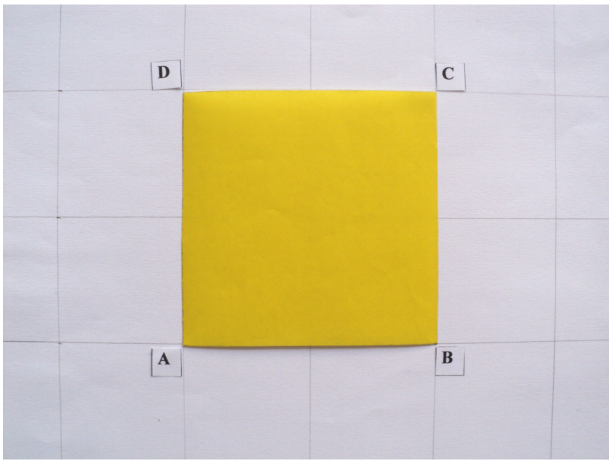


Figura 1: Quadrado ABCD
Fonte: Foto elaborada por Ana L.S. de Oliveira

**2.** Dobre o quadrado pela diagonal AC. Abra e risque a linha na dobra com caneta ou lápis colorido (conforme as figuras 2 e 3).

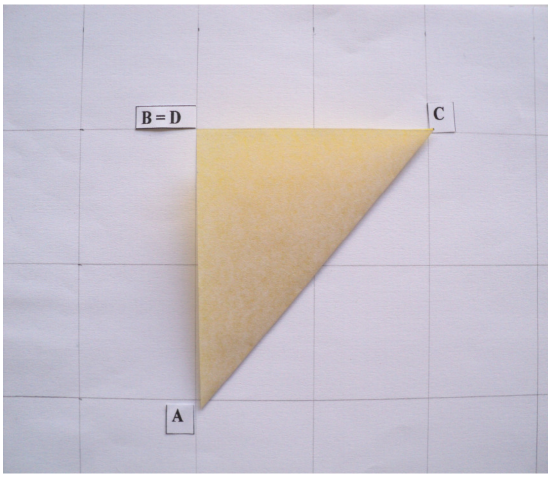


Figura 2: Dobra diagonal B=D
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

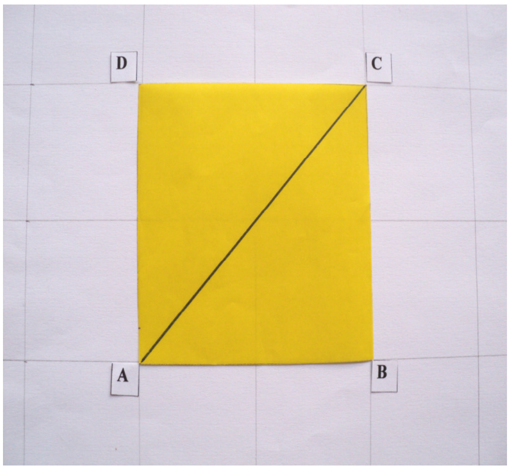


Figura 3: Linha de dobra de AC
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

**3.** Dobre o quadrado pela outra diagonal DB. "Vinque" apenas a linha que partindo do vértice D encontra a diagonal AC, já traçada. Abra, risque essa linha e nomeie o ponto de encontro das diagonais de O (conforme as figuras 4 e 5).

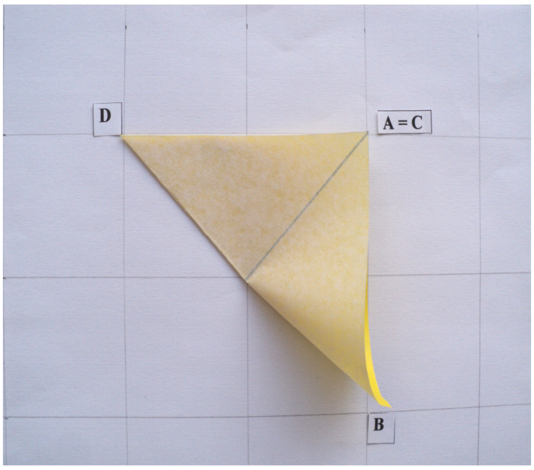


Figura 4: Dobra diagonal A=C
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

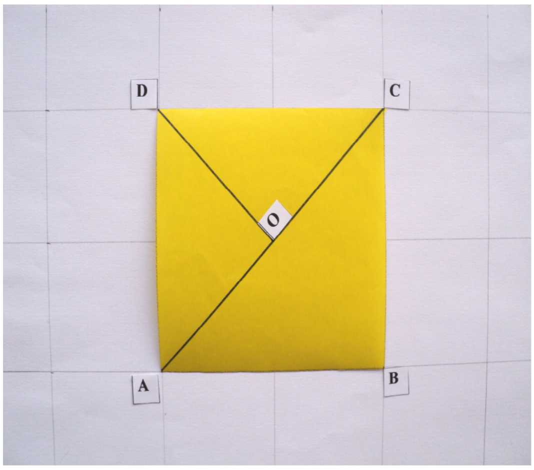


Figura 5: Linha diagonal DO
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

**4.** Dobre de maneira que o vértice B "encontre" o ponto O. Abra e risque a linha de dobra, formando o segmento EF (conforme as figuras 6 e 7).

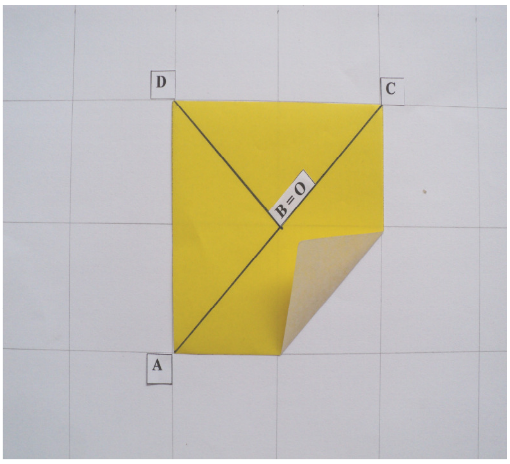


Figura 6: Dobra de B=O
Fonte: Foto elaborada por Ana L.S. de Oliveira

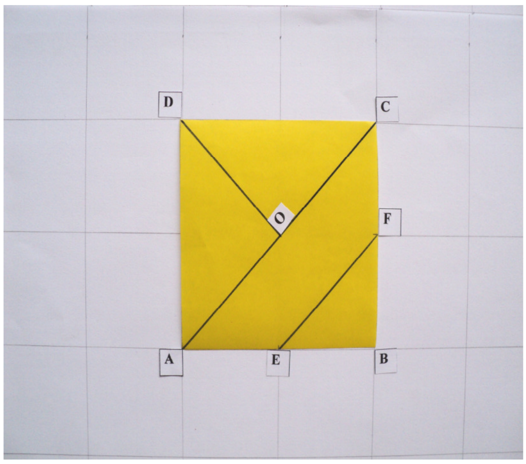


Figura7: Linha diagonal de EF
Fonte: Foto elaborada por Ana L.S. de Oliveira

**5.** Dobre novamente a diagonal DB e faça um “vinco” até o encontro do segmento EF. Abra e risque a linha na dobra e nomeie o ponto de intersecção G (conforme as figuras 8 e 9).

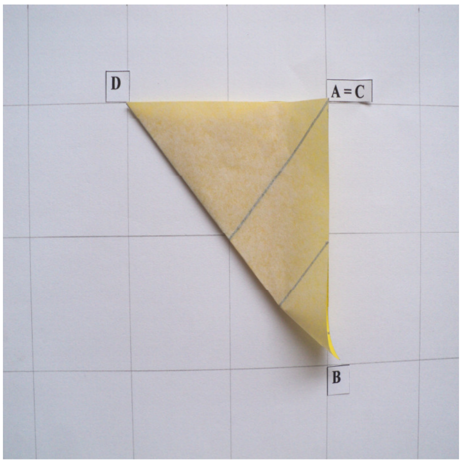


Figura 8: Dobra diagonal A=C
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

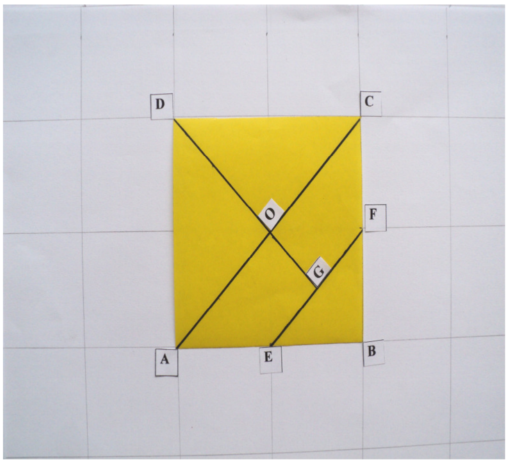


Figura 9: Linha diagonal OG
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

**6.** Dobre de maneira que o vértice C encontre o ponto O. Vinque a dobra entre o ponto F e a diagonal CA, encontre o ponto H (conforme as figuras 10 e 11).

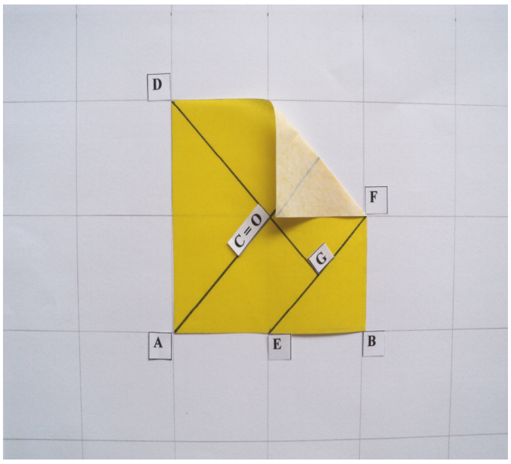


Figura 10: Dobra de C=O
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

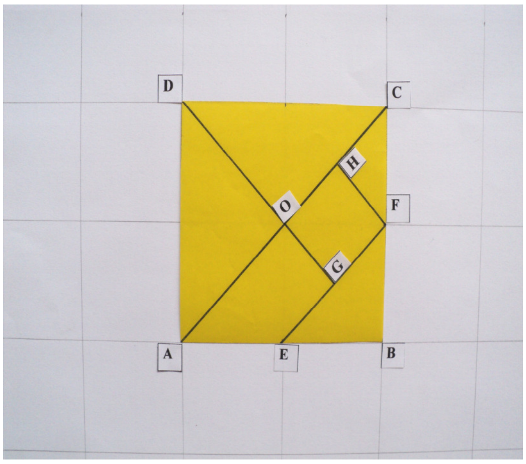


Figura 11: Linha de FC
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

**7.** Para obter o paralelogramo, deve-se dobrar de maneira que o ponto E encontre com o ponto O. Vinque a dobra entre o ponto G e a diagonal AC. Abra e risque esse segmento e encontre o ponto I (conforme as figuras 12 e 13).

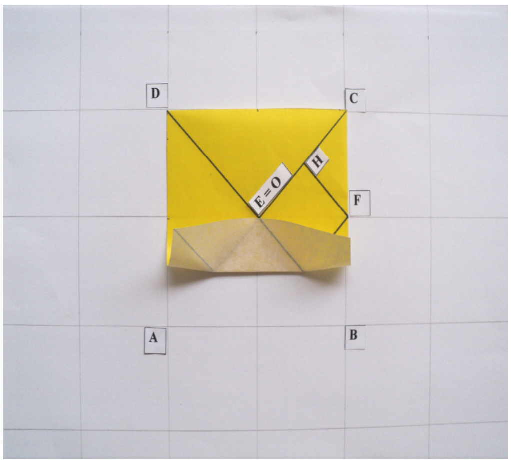



Figura 12: Dobra de E=O
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

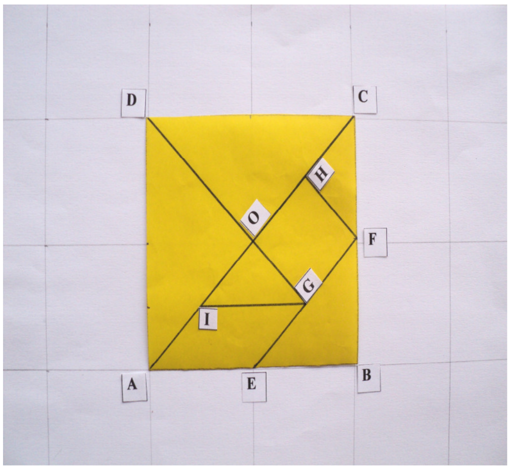



Figura 13: Linha de GA
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

**8.** O Tangram está pronto. Recorte as peças obtidas que deve ser 7 peças: 2 triângulos grandes, 2 triângulos pequenos, 1 triângulo médio, 1 quadrado e 1 paralelogramo (conforme a figura 14).

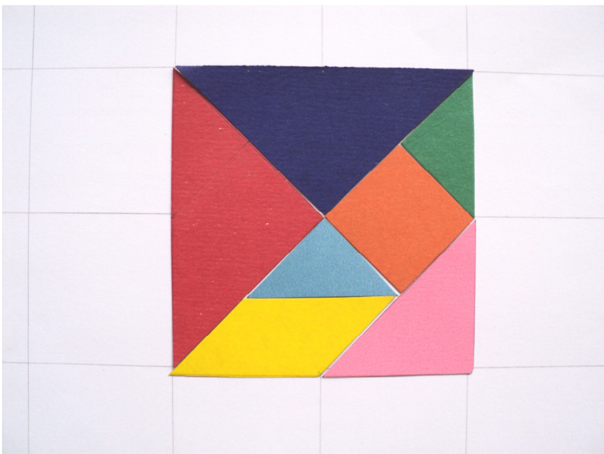


Figura 14: Tangram
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

# CAPÍTULO 5

## 5.1 – METODOLOGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM.

Para falar a respeito de metodologia de ensino e aprendizagem precisa-se inicialmente conceituá-la. A metodologia estuda os métodos de ensino, classificando-os e descrevendo-os, sem julgar ou dar algum valor. O significado etimológico da palavra método é caminho a seguir para alcançar algum fim (Piletti, 2008, p.102).

Isto significa que a metodologia é um percurso geral para realização de uma atividade. Ela é aplicada pelos professores em suas aulas para poder trabalhar os conteúdos curriculares, e assim atingir os objetivos desejados. Os métodos tradicionais se mostraram antiquados e impróprios às caracterísiticas da sociedade em transformação, assim no final do século passado e começo deste século surgiram métodos novos que buscavam ajudar na estrutura psicológica dos alunos.

É importante salientar que os métodos chamados tradicionais ou novos são assim considerados em razão do enfoque central que dão aos diferentes elementos envolvidos na ação educativa. Da mesma forma que caracterizamos a educação tradicional como aquela apoiada na autoridade e no professor, a educação renovada é aquela que se fundamenta no aluno, nas suas motivações e em seus interesses. Portanto, os métodos de ensino podem ser entendidos nessa mesma linha de raciocínio. Com o conhecimento cada vez maior das ciências da educação, é natural que os métodos também passem a ser afetados pelos novos conhecimentos que se adquirem dia a dia a respeito da aprendizagem (Piletti, 2008, p. 103).

Compreende-se por metodologias tradicionais os métodos em que cabe ao professor transmitir os conhecimentos e aos alunos apenas recebê-los de forma passiva, ouvindo, memorizando e repetindo o conhecimento. Enquanto que as novas metodologias fundamenta-se no preceito de que a criança é um ser em desenvolvimento, cuja atividade espontânea e natural é condição para seu crescimento físico e intelectual. A participação ativa do aluno concretiza-se primordialmente no espaço que o professor reserva para as descobertas do educando. Os novos métodos preocupam-se principalmente com a vida social da criança, fator este, fundamental para seu desenvolvimento intelectual e moral. (Piletti, 2008, p.104).

Dentre os métodos e técnicas tradicionais estudados podemos destacar a aula expositiva e a técnica de perguntas e respostas. Nos métodos novos podemos citar o Método Montessori, Centros de interesse, Método de solução de problemas, Método de projetos, Trabalho em grupos, Unidades didáticas, Estudo do meio e Método psicogenético.

# CAPÍTULO 6

## 6.1 – MATERIAL CONCRETO.

Material concreto é todo material didático manipulável. A manipulação dos materiais concretos pela criança tem por objetivo propiciar um contato físico e também dos sentidos, proporcionando uma interação com o mundo exterior. É fundamentado nesta idéia que muitos educadores buscaram elementos para fazer a criança observar e investigar o mundo à sua volta, desenvolvendo o aprendizado e tornando-a capaz de relacionar fatos e idéias e assim tirar suas próprias conclusões (Piletti, 2008).

Neste sentido, destacamos dentre os métodos novos mais estudados o Método Montessori, desenvolvido no século passado pela médica e educadora italiana Maria Montessori. Este método tem como o centro do aprendizado a criança e fundamenta-se em preceitos como a liberdade, a atividade, a vitalidade e a individualidade, que são resumidos como auto-educação, onde o ambiente deve ser apropriado para que a criança movimente livremente, podendo tocar e manipular os materiais que estão ao seu alcance. O aprendizado acontece de forma lúdica, baseado na observação, na experiência direta de procura e descoberta, partindo do concreto para o abstrato. Para que este procedimento ficasse mais rico, Maria Montessori desenvolveu materiais didáticos que são materiais concretos simples, porém atraentes para auxiliar o aprendizado principalmente de matemática. Ela acreditava não haver aprendizado sem ação: "Nada deve ser dado à criança no campo da matemática sem primeiro apresentar a ela uma situação concreta que a leve a agir, a pensar, a experimentar, a descobrir, e daí, a mergulhar na abstração" (Azevedo, p.27 apud Fiorentini & Miorim, 1990).

Entre seus materiais mais conhecidos destacamos: "material dourado", os "triângulos construtores" e os "cubos para composição e decomposição de binômios e trinômios" (Fiorentini & Miorim, 1990).

# CAPÍTULO 7

## 7.1 – O USO DO TANGRAM EM SALA DE AULA NO ENSINO DE GEOMETRIA.

Partindo desta visão, de que é importante o contato dos alunos com os materiais concretos manipuláveis, apresentamos uma proposta de uso do Tangram em sala nas aulas de matemática especificamente no ensino de geometria. Para desenvolver esta proposta foi construído um Tangram em papel cartão colorido para trabalhar as formas geométricas planas. Um outro Tangram foi construído em madeira com espessura de 1,5 cm, para trabalhar as formas geométricas não planas onde as crianças podem manipular este material partindo do concreto para o abstrato. O Tangram é um recurso didático extremamente eficiente que dá ao professor muitas alternativas de estudos na área da matemática e da geometria, possibilitando o desenvolvimento cognitivo através do raciocínio lógico. Com as peças do Tangram pode-se, dentre outras possibilidades a de explorar, identificar, comparar, descrever, classificar e representar as figuras geométricas planas. Podem também realizar transformações geométricas através de composição e decomposição de figuras planas, a equivalência de áreas, a aplicação do Teorema de Pitágoras, entre outros. No livro "A Matemática das Sete Peças do Tangram", (Souza, E.R. et al.), é desenvolvida diversas atividades em sala de aula visando uma interação entre os alunos e entre alunos e o professor.

Por exemplo, a atividade "Brincando e Conhecendo as Peças do Tangram" tem por objetivo que a criança através da manipulação do material reconheçam as peças que compõem o Tangram. Na atividade "Formando Polígonos", o objetivo é construir e representar quadrados, triângulos e outros polígonos. E na atividade "A Semelhança dos Triângulos do Tangram", o objetivo é o de calcular a medida dos lados de qualquer triângulo do Tangram tendo como referência o Triângulo pequeno. Em todas as atividades os resultados apresentados mostram que os alunos desenvolveram habilidades como o de raciocínio geométrico, memória visual, percepção e conservação de formas, bem como a classificação e a relação entre as figuras. No diálogo Mênon, quando Sócrates mostra ao escravo como juntar dois triângulos para formar um quadrado ou então, quando ele leva o escravo a observar que o quadrado da área dobrada havia sido construído sobre a diagonal do quadrado inicial, podemos imaginá-lo pegando os dois triângulos do Tangram para compor um quadrado ou calcular a área dobrada da diagonal do quadrado inicial. O Tangram é um material concreto que favorece as múltiplas relações entre idéias geométricas.

Utilizando o Tangram como material concreto e com base na Proposta Curricular do Estado de São Paulo para o Ensino Fundamental II, conteúdo de geometria, propomos alguns Planos de Ensino e Planos de Aulas para o ensino de geometria.

# CAPÍTULO 8

## 8.1 – PLANEJAMENTO.

Segundo (Menegolla & San'tAnna apud Castro, 2008) o planejar é uma realidade que acompanhou a trajetória histórica da humanidade. O homem sempre sonhou, pensou e imaginou algo na sua vida. Desde o inicio da evolução humana o homem planeja suas ações sejam elas simples ou complexas. O planejamento é usado para organizar as ações das pessoas abrangendo diferentes esferas da vida social.

A ação de planejar é de suma importância, na organização das idéias, das informações e tomada de decisões, facilitando o trabalho, neste caso o do professor. Para compreender melhor isto é necessário entender os conceitos de planejamento e planos.

Para (Menegolla & Sant'Anna, 2001 apud Castro, 2008), o planejamento é um instrumento direcional de todo o processo educacional, pois estabelece e determina as grandes urgências, indica as prioridades básicas, ordena e determina todos os recursos e meios necessários para a consecução de grandes finalidades, metas e objetivos da educação.

O plano de curso ou ensino segundo (Vasconcellos, 1995 apud Castro, 2008 ) é a organização da proposta geral de trabalho do professor naquela determinada disciplina ou área de estudo, numa dada realidade. Pode ser anual, semestral ou bimestral, dependendo da modalidade em que a disciplina é oferecida.

O plano de aula segundo (Piletti, 2001, p.72) é a seqüência de tudo o que vai ser desenvolvido em um dia letivo. É a ordenação de todas as atividades que se desenvolvem no período de tempo em que o professor e o aluno interagem, numa dinâmica de ensino e aprendizagem.

O professor deve ter consciência de que além de ensinar conteúdos está formando alunos críticos e atuantes e o plano de aula tem de ser organizado de forma que o aluno compreenda a importância do que for ensinado. "O preparo das aulas é uma das atividades mais importantes do trabalho do profissional de educação escolar. Nada substitui a tarefa de preparação da aula em si. (...) faz parte da competência teórica do professor, e dos compromissos com a democratização do ensino, a tarefa cotidiana de preparar suas aulas (...)" (Fusari, 2008, p.47 apud Castro, 2008). Conforme a Proposta Curricular de 5ª à 8ª séries do Ensino Fundamental – Ciclo II do Estado de São Paulo, apresentaremos a seguir o Plano de Ensino bimestral com conteúdos de Geometria. utilizando o Tangram tridimensional de madeira como material concreto, fazendo parte da metodologia.

## 8.2 – PLANO DE ENSINO

O plano de Ensino é o instrumento de planejamento do professor, que lhe permite através dos conteúdos da disciplina montar estratégias de ensino, sobretudo preparar aulas e ministrá-las dentro de uma seqüência lógica e didática. (Oliveira & Chadwick, 2008, p.238)

Portanto, de acordo com a Proposta Curricular de 5ª à 8ª séries do Ensino Fundamental – Ciclo II do Estado de São Paulo, apresentamos Planos de Ensino bimestral de Geometria onde os conteúdos básicos são formas planas e espaciais, noção de perímetro e área de figuras planas, cálculo de área por composição e decomposição, ângulos, polígonos, poliedros Teorema de Tales, proporcionalidade, noção de semelhança, Teorema de Pitágoras e reações métricas entre triângulos retângulos. Os conteúdos de Geometria são de maneira geral, o que é usualmente ensinado nas escolas e é apresentado nos livros didáticos. O Tangram tridimensional de madeira será empregado como parte da metodologia.

## 8.2.1 - PLANO DE ENSINO DE GEOMETRIA - 5ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL II.

**JUSTIFICATIVA**

Apresentamos um Plano de Ensino bimestral para a 5ª série do Ensino Fundamental II com previsão de 30 aulas, baseada na Proposta Curricular do Estado de São Paulo. O objetivo é utilizar o Tangram para desenvolver atividades lúdicas e instigantes no ensino de matemática e geometria. Para isso realizaremos atividades que servem não só para estimular o interesse e a participação em sala de aula, mas também o raciocínio lógico, a criatividade, o senso crítico, a autonomia, aumentando as relações sociais e trocas de experiências entre os alunos, bem como entre alunos e professor, como uma forma de diálogo tendo o aluno como o agente do seu próprio ensino e aprendizagem.

## EMENTA

História da geometria; Noção de conjunto; formas planas; noção de perímetro e áreas de figuras planas; cálculo de área por composição e decomposição; formas espaciais.

## OBJETIVOS

**Objetivo Geral:** Fazer com que os alunos tenham através da atividade com o uso do Tangram, maior facilidade em cálculo de área por composição e decomposição, onde a reunião das partes podem formar o inteiro.

**Objetivos específicos:** Reconhecer as figuras geométricas; interpretar as características das figuras geométricas; relacionar a área do quadrado do Tangram com a área que cada uma das figuras ocupa; desenvolver raciocínio lógico.

## METODOLOGIA

A proposta metodológica será desenvolvida por meio de aulas expositivas em sala de aula com o auxílio do Power Point, data show e o quadro negro. Serão desenvolvidas aulas praticas, onde os alunos estarão separados em duplas. Para realizar as atividades utilizaremos material concreto que é o Tangram feito em papel cartão e o tridimensional de madeira.

## DISTRIBUIÇÃO DO TEMPO E DO CONTEÚDO

**Primeira aula: expositiva (auxílio Power Point)**

Apresentação da unidade, isto é, uma visão global dos temas. Apresentação em Power Point sobre a História da Geometria.

**Segunda aula: expositiva**

Definição de geometria; Noção de conjunto; formas planas e formas não planas

**Aulas subsequentes (28 aulas): expositiva, atividade em duplas com material concreto.**

Definição de perímetro, de área, apresentação do Tangram para estudar as formas geométricas básicas, algumas figuras geométricas planas, a composição e decomposição dessas figuras, também estudar a relação entre a área e o perímetro do quadrado do Tangram, assim como a área e o perímetro das várias figuras que formam o Tangram.

**RECURSOS MATERIAIS E BIBLIOGRAFICOS**

Os recursos materiais necessários para a execução das aulas teóricas e práticas são filmes, ilustrações, quadros murais, pawer point e o Tangram plano de papel cartão e o tridimensional de madeira. Quanto a bibliografia será utilizado o livro didático sugerido na Proposta Curricular do Estado de São Paulo.

## 8.2.2. - PLANO DE ENSINO DE GEOMETRIA - 6ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL II

**JUSTIFICATIVA**

Apresentamos um Plano de Ensino bimestral para a 6ª série do Ensino Fundamental II com previsão de 30 aulas, baseada na Proposta Curricular do Estado de São Paulo. O objetivo é utilizar o Tangram para desenvolver atividades lúdicas e instigantes no ensino de matemática e geometria. Para tanto realizaremos atividades que envolvem a construção e o cálculo de medidas de ângulos, estimulando o interesse e a participação em sala de aula, como também, o raciocínio lógico, dedutivo, a criatividade, o senso crítico, a autonomia. Aumentar as relações sociais e trocas de experiências entre os alunos, bem como entre alunos e professor, como uma forma de diálogo tendo o aluno como o agente do seu próprio ensino e aprendizagem.

**EMENTA**

Revisão conteúdo da 5ª série; Definição de ângulo; Polígonos: Medida dos ângulos internos e externos; Circunferência; Simetrias; Construções geométricas; Poliedros: definição, classificação e não-poliedros.

**OBJETIVOS**

**Objetivo Geral:** O ensino dos conteúdos proposto serão realizados através de atividades com o uso do Tangram, devendo privilegiar o desenvolvimento da capacidade e habilidade dos alunos de construir e calcular a medida de ângulos e aprimorar o raciocínio dedutivo.

**Objetivos específicos:** Reconhecer e estimar medidas angulares; com o auxilio do Tangram, identificar simetrias, estabelecer comparações e relações entre ângulos; classificar poliedros; identificar os elementos de um poliedro e a relação entre eles; levantar hipóteses e verificá-las por meio do raciocínio dedutivo.

## METODOLOGIA

A proposta metodológica será desenvolvida por meio de aulas expositivas em sala de aula com o auxílio do quadro negro e aulas praticas, onde os alunos estarão separados em duplas. Para realizar as atividades utilizaremos material concreto que é o Tangram feito em papel cartão e o tridimensional de madeira, esquadro, transferidor, régua e compasso.

## DISTRIBUIÇÃO DO TEMPO E DO CONTEÚDO

**Três primeiras aulas: expositiva.**

Destinadas a uma breve revisão conteúdo da 5ª série: noção de conjunto; formas planas; noção de perímetro e áreas de figuras planas; cálculo de área por composição e decomposição; formas espaciais.

**Quarta aula: expositiva.**

Apresentação da unidade, isto é, uma visão global dos temas. Definição de ângulo (como medir, construir e calcular) com auxílio do material concreto (régua, compasso, esquadro e transferidor).

**Aulas subsequentes (26 aulas): expositiva, atividade com material concreto.**

Definição de poligonos e como realizar as medidas dos ângulos internos e externo das figuras geométricas. Estudar simetria com o auxílio das figuras geométricas. Definição e classificação dos poliedros. Construir figuras geométricas para identificar os elementos de um poliedro e as relações entre eles, através de levantamento de hipóteses.

Todas essas atividades serão desenvolvidas usando como material concreto, o Tangram tridimensional, régua, compasso, transferidor e o esquadro.

**RECURSOS MATERIAIS E BIBLIOGRAFICOS**

Os recursos materiais necessários para a execução das aulas teóricas e práticas são filmes, ilustrações, quadros murais, pawer point e o Tangram plano de papel cartão e o tridimensional de madeira. Quanto a bibliografia será utilizado o livro didático sugerido na Proposta Curricular do Estado de São Paulo.

## 8.2.3 - PLANO DE ENSINO DE GEOMETRIA - 7ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL II

**JUSTIFICATIVA**

Apresentamos um Plano de Ensino bimestral para a 7ª série do Ensino Fundamental II com previsão de 30 aulas, baseada na Proposta Curricular do Estado de São Paulo. O objetivo é utilizar o Tangram para desenvolver atividades lúdicas e instigantes no ensino de matemática e geometria. Para isso realizaremos atividades relacionadas ao Teorema de Tales, bem como estudo sobre polígonos e triângulos, que servem para estimular a compreensão de conceitos, desenvolvendo o interesse e a participação em sala de aula, assim como o raciocínio lógico, a criatividade, o senso crítico, a autonomia, propiciando a troca de experiências entre os alunos, bem como entre alunos e professor, como uma forma de diálogo tendo o aluno como o agente do seu próprio ensino e aprendizagem.

**EMENTA**

Revisão conteúdo da 6ª série; Teorema de Tales; Polígonos (elementos, perímetro, área, ângulos). Noção de proporcionalidade, noção de semelhança; Triângulos (elementos, ângulos, classificação, semelhança, congruência; relações métricas).

**OBJETIVOS**

**Objetivo Geral:** Através das atividades propostas com o uso do Tangram, propiciar um aprofundamento do estudo dos Teoremas de Tales, fazendo com que os alunos compreendam os conceitos, desenvolvendo a habilidade em cálculo e resolução de problemas.

**Objetivos específicos:** Proporcionar atividades lúdicas desafiadoras; Familiarizar o aluno com as figuras geométricas básicas do Tangram; Viabilizar o uso do Tangram na aprendizagem dos Teoremas de Tales; Estimular a curiosidade, observação e a investigação. Desenvolver raciocínio lógico para resolução de problemas.

## METODOLOGIA

A proposta metodológica será desenvolvida por meio de aulas expositivas em sala de aula com o auxílio do Power Point e do quadro negro. Serão desenvolvidas aulas práticas, onde os alunos estarão separados em duplas. Para realizar as atividades utilizaremos material concreto que é o Tangram feito em papel cartão e o tridimensional de madeira.

## DISTRIBUIÇÃO DO TEMPO E DO CONTEÚDO

**Três primeiras aulas: expositiva.**

Destinadas a uma breve revisão conteúdo da 6ª série: Definição de ângulo; Polígonos: definição e medida dos ângulos internos e externos; Circunferência; Simetrias; Construções geométricas; Poliedros: definição, classificação e não-poliedros.

**Quarta aula: expositiva (auxílio do Power Point)**

Apresentação da unidade, isto é, uma visão global dos temas. Apresentação em Power Point da biografia de Tales de Mileto; Introdução do Teorema de Tales.

**Aulas subsequentes (26 aulas): expositiva, atividade com material concreto.**

Teorema de Tales; Polígonos (elementos, perímetro, área, ângulos). Noção de proporcionalidade; Noção de semelhança; Triângulos (elementos, ângulos, classificação, semelhança, congruência; relações métricas).

Todas essas atividades serão desenvolvidas usando com o uso do Tangram tridimensional, através de composiçao e decomposição das figuras geométricas e as realações existentes.

## RECURSO MATERIAIS E BIBLIOGRAFICOS

Os recursos materiais necessários para a execução das aulas teóricas e práticas são filmes, ilustrações, quadros murais, pawer point e o Tangram plano de papel cartão e o tridimensional de madeira. Quanto a bibliografia será utilizado o livro didático sugerido na Proposta Curricular do Estado de São Paulo.

## 8.2.4 - PLANO DE ENSINO DE GEOMETRIA - 8ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL II

**JUSTIFICATIVA**

Apresentamos um Plano de Ensino bimestral para a 8ª série do Ensino Fundamental II com previsão de 30 aulas, baseada na Proposta Curricular do Estado de São Paulo. O objetivo é utilizar o Tangram para desenvolver atividades lúdicas e instigantes no ensino de matemática e geometria. Para isso realizaremos atividades que servem não só para estimular o interesse e a participação em sala de aula, mas também para construção e compreensão de conceitos. Através de um estudo sobre o Teorema de Pitágoras, e as relações métricas entre figuras, pretendemos desenvolver o raciocínio lógico, a criatividade, o senso crítico, a autonomia, capacidade de observação para resolução de problemas. Além de aumentar as relações sociais e trocas de experiências entre os alunos, bem como entre alunos e professor, como uma forma de diálogo tendo o aluno como o agente do seu próprio ensino e aprendizagem.

**EMENTA**

Revisão do conteúdo da 7ªsérie; Teorema de Pitágoras (aplicação e demonstração); a utilização do Tangram Pitagórico: Mênon/Tangram.

**OBJETIVOS**

**Objetivo Geral:** Fazer com que os alunos, tenham através das atividades com o uso do Tangram um aprofundamento no estudo, para construir e compreender os conceitos, desenvolvendo sua capacidade de observação, raciocínio lógico para a resolução de problemas.

**Objetivos específicos:** Incentivar o gosto pela geometria; Proporcionar atividades lúdicas e desafiadoras; Viabilizar o uso do Tangram no aprendizado sobre o Teorema de Pitágoras e as relações métricas entre triângulos retângulos; Desenvolver o raciocínio lógico.

**METODOLOGIA**

A proposta metodológica será desenvolvida por meio de aulas expositivas em sala de aula com o auxílio do quadro negro e com o Pawer Point. Os alunos serão separados em duplas para a realização de aulas práticas. Para realizar as atividades utilizaremos material concreto que é o Tangram feito em papel cartão e o tridimensional de madeira.

**DISTRIBUIÇÃO DO TEMPO E DO CONTEÚDO**

**Três primeiras aulas: expositiva.**
Destinadas a uma breve revisão conteúdo da 7ª série: Teorema de Tales; Polígonos (elementos, perímetro, área, ângulos); Noção de proporcionalidade, noção de semelhança; Triângulos (elementos, ângulos, classificação, semelhança, congruência; relações métricas).

**Quarta aula: expositiva (auxílio Power Point)**
Apresentação da unidade, isto é, uma visão global dos temas. Apresentação em Pawer Point da biografia de Pitágoras; Introdução do Teorema de Pitágoras.

**Aulas subsequentes (26 aulas): expositiva, atividadade com material concreto.**
Com o auxílio do Tangram tridimensional será realizado um estudo sobre o Teorema de Pitágoras (aplicação e demonstração); a utilização do Tangram Pitagórico: Mênon/Tangram; Demonstração das relações métricas entre triângulos retângulo, composição e decomposição figuras geométricas.

**RECURSOS MATERIAIS E BIBLIOGRAFICOS**

Os recursos materiais necessários para a execução das aulas teóricas e práticas são filmes, ilustrações, quadros murais, pawer point e o Tangram plano de papel cartão e o tridimensional de madeira. Quanto a bibliografia será utilizado o livro didático sugerido na Proposta Curricular do Estado de São Paulo.

## 8.3 – PLANO DE AULA.

Como vimos o Plano de Ensino ou Curso é um roteiro para a organização dos conteúdos de uma disciplina que pode ser anual, semestral ou bimestral. Os Planos de Ensino de Geometria apresentados neste projeto têm previsão para um bimestre que naturalmente poderão ser revistos para melhor atingir os objetivos. A partir do Plano de Ensino foi elaborado o Plano de

Aula que é o instrumento de trabalho do professor, destinado a aprendizagem do aluno. Os Planos de Aula apresentados nesse projeto, foram organizados de acordo com a seqüência didática de um tema escolhido.

## 8.3.1 - PLANO DE AULA DE GEOMETRIA - 5ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL II

**OBJETIVOS**

Apresentar a definição de área, calcular área usando a definição, juntamente com a composição e decomposição das figuras, através de atividades com material concreto: O Tangram.

**CONHECIMENTOS PRÉVIOS**

Reconhecimento das formas geométricas básicas, noção de medidas de área e perímetro, noção de conjunto, conhecimento do tangran, suas peças e composição de figuras com suas peças.

**CONTEÚDO**

- Figuras planas, cálculo de área por composição e decomposição.

**ANO**

- 5ª série

**TEMPO ESTIMADO**

- 50 minutos

**RECURSO DIDÁTICO**

Um Tangram feito de papel cartão e outro tridimensional feito em madeira.

**PROCEDIMENTO METODOLÓGICO**

**1ª. ETAPA**

### Noção de Geometria

A geometria é a parte da matemática que estuda as formas. Essas formas são idealizadas e perfeitas, podendo ser planas e não-planas (espacial).

## Figura Plana

O plano podemos imaginar como sendo formado por um conjunto de retas dispostas sucessivamente numa direção ou como o resultado do deslocamento de uma reta numa mesma direção. O plano é ilimitado, isto é, não tem começo e nem fim.

Uma figura qualquer é plana quando todos os seus pontos estão contidos em um único plano delimitado por linhas fechadas. Elas têm duas dimensões, normalmente chamadas de comprimento e largura. Veremos a seguir a representação e a definição de algumas figuras planas:

### • Retângulo

O retângulo é um quadrilátero que tem os quatro ângulos retos e quatro lados que podem ou não ser iguais. Quando os lados forem diferentes ele continua recebendo o nome de retângulo (ver figura 1).

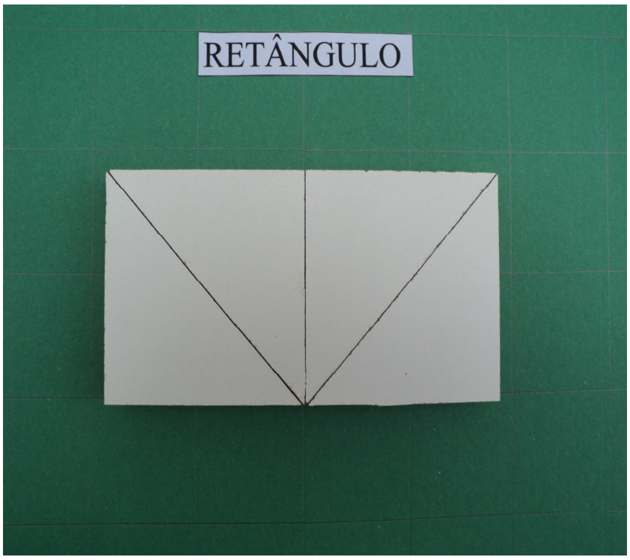



Figura 1: Retângulo
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

### • Quadrado

É um tipo de retângulo específico, pois tem todos os lados e ângulos iguais (ver figura2).

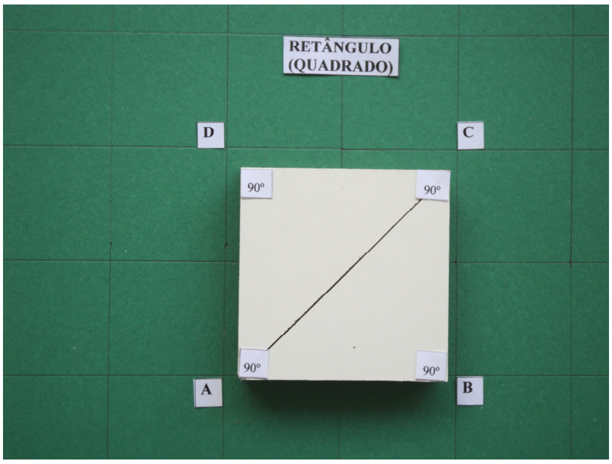



Figura 2: Retângulo (Quadrado)
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

- **Triângulo**

O triângulo é uma figura geométrica que no plano é limitado por três linhas retas ( três segmentos de reta ) que concorrem, duas a duas, em três pontos diferentes formando três lados e três ângulos (ver figura 3).

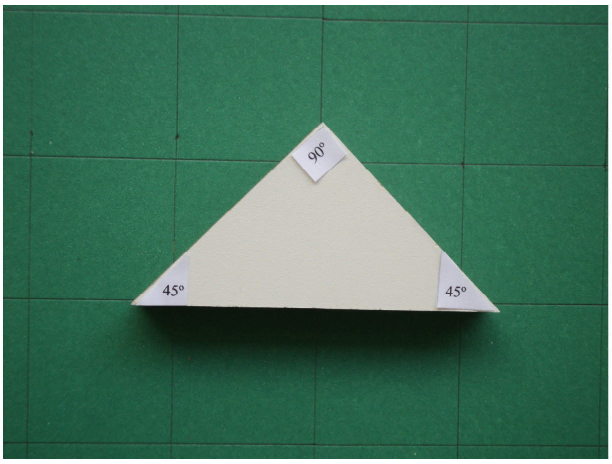



Figura 3: Triângulo
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

# Área

Área de uma figura plana é região do plano ocupada pela figura. Para determinar a fórmula da área de uma figura precisamos escolher uma unidade de medida, e então comparar a figura com essa unidade, isto é quantas unidades precisamos para compor a figura. Adotaremos como unidade de área a região ocupada por um quadrado cujo lado será tomado como a unidade de comprimento. Por definição, esta área corresponde a 1 u. a. e. Assim, calculamos a área de figuras planas, utilizando o quadrado de lado 1 e medindo a quantidade de quadrados na figura (Ver figuras 4 e 5).

## Exemplos:

O quadrado de lado 1


Figura 4: Quadrado de lado um
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

Quadrado de lado 2

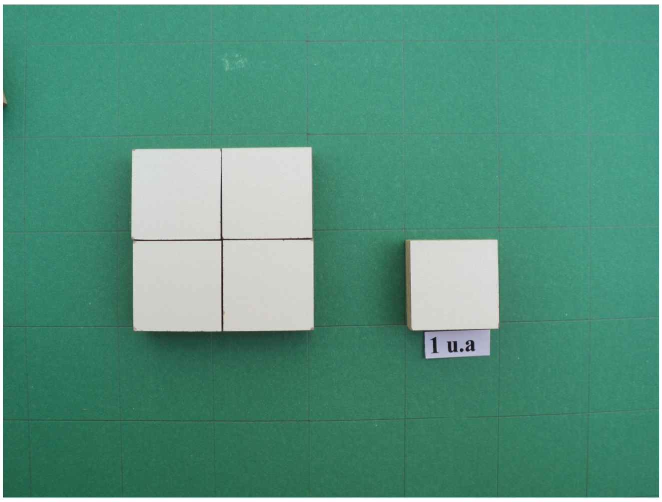



Figura 5: Quadrado de dois
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

Observe que a duplicação da área do quadrado implica em quaduplicar a sua área.

## Área do retângulo

Sabendo que para calcular a área de uma figura plana utilizamos o quadrado de lado 1, quantos quadrados de unidade 1 cabem num retângulo?

Por exemplo na figura abaixo o retângulo tem área 2, pois cabem 2 quadrados (Ver figura 6).

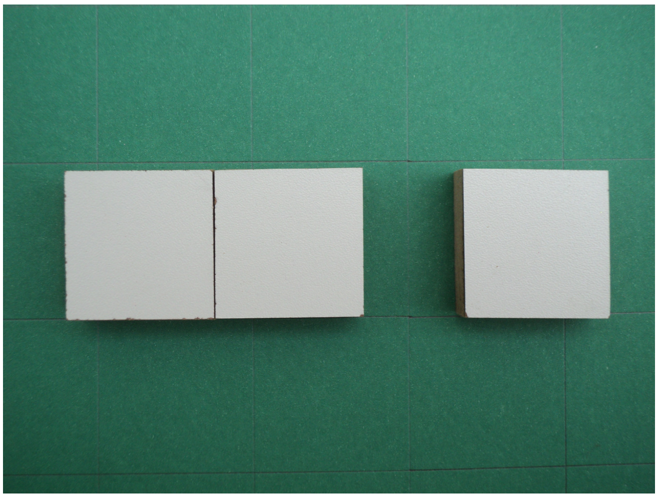


Figura 6: Retângulo de área dois
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

Começamos com um retângulo de lados de medidas inteiras *m* e *n* que pode ser dividido em quadrados unitários através de retas paralelas aos lados, onde m é a medida horizontal e n a medida vertical do retângulo.

Se contarmos a quantidade de quadrados unitários existentes no interior do retângulo, teremos 15 quadrados, ou melhor, 15 unidades de área. Agora vamos contar de outra maneira, de tal forma que possamos generalizar um procedimento para cálculo de área, ou seja, a fórmula. No exemplo, o retângulo de lados inteiros $m$ e $n$ têm $m=5$ e $n=3$, de forma que existem 5 quadrados unitários justapostos na horizontal em cada linha num total de 3 linhas. Assim, podemos escrever o total de quadrados (Ver figura 7).

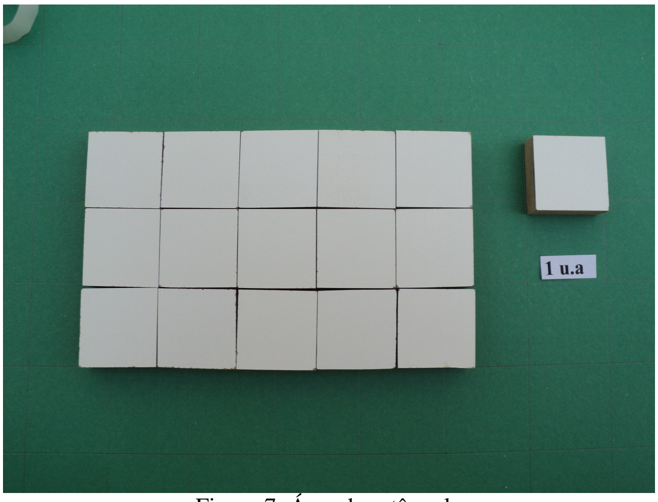



Figura 7: Área do retângulo
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

$$\underbrace{5}_{1^{a}\text{ linha}} + \underbrace{5}_{2^{a}\text{ linha}} + \underbrace{5}_{3^{a}\text{ linha}} = 3 \,.\, 5$$

$$\text{3 linhas no total}$$

Mais geralmente, se temos um retângulo formado por *m* quadrados unitários justapostos na horizontal distribuídos em *n* linhas, contamos o total:

$$\underbrace{m + m + \dots + m}_{n \text{ linhas no total}} = n \,.\, m$$

Observe que *m* corresponde a medida de um dos lados do retângulo, comumente chamado de base e *n* corresponde a medida de outro lado do retângulo, chamado de altura. Assim, um primeiro resultado para a fórmula da área do retângulo será:

$$\text{Área}_{\text{retângulo}} = \text{n . m} = \text{medida da altura . medida da base}$$

ou simplesmente

$$\text{Área}_{\text{retângulo}} = \text{Base} \times \text{Altura}$$

Essa fórmula é geral para retângulos com lados de medida racional, ou seja, se *a* e *b* representam as medidas dos lados de um retângulo a fórmula da área será :

$$A = b \,.\, h$$

## Área do Quadrado

A área do quadrado também é calculada com o produto da base pela altura. Mas podemos resumir essa fórmula: $A = b . h$

Como todos os lados são iguais, podemos dizer que base é igual a $\ell$ e a altura igual a $\ell$, então, substituindo na fórmula $A = b . h$, temos (ver figura 8):

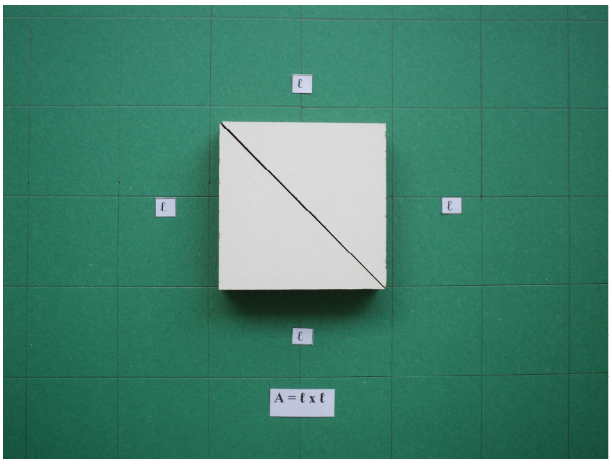


Figura 8: Quadrado de lado ℓ
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

$A = \ell \cdot \ell = \ell^2$, em que lemos ℓ ao quadrado

## Área do Triângulo

Para calcularmos a área do triângulo utilizaremos o cálculo da área do quadrado. Se nesse quadrado traçarmos uma reta unindo dois vértices, construiremos dois triângulos. Dessa forma, como na figura abaixo, temos que a área do triângulo é a metade da área de um quadrado. Do mesmo modo, isso ocorre para os retângulos. Sabemos que para calcular a área do retângulo temos que multiplicar a base pela altura e a área do triângulo é a metade do produto da base pela altura . Veja (figura 9):

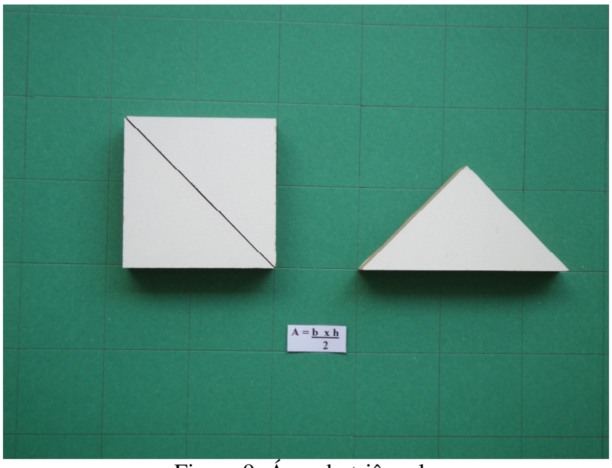


Figura 9: Área do triângulo
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

$$a_{triângulo} = \frac{b \times h}{2}$$

**2ª ETAPA**

## Atividade com o Tangram

Terminada as explicações, em duplas os alunos receberão um Tangram tridimensional de madeira e um Tangram plano de papel cartão, desmontado. Como primeira atividade solicitaremos aos alunos que montem o Tangram plano. Ao terminarem, será explicado que as figuras geométricas apresentadas têm forma plana. Em seguida, iniciaremos, com o Tangram tridimensional, um trabalho de composição e decomposição das figuras para o cálculo de área.

## Atividade

Analise o Tangram mostrado abaixo. Observe que há três figuras, sendo a primeira o Tangram, as duas seguintes dois quadrados de área igual a área do quadrado menor do Tangran (ver figura 10, 11 e 12). Responda, considerando a área desse quadrado menor igual a 1:

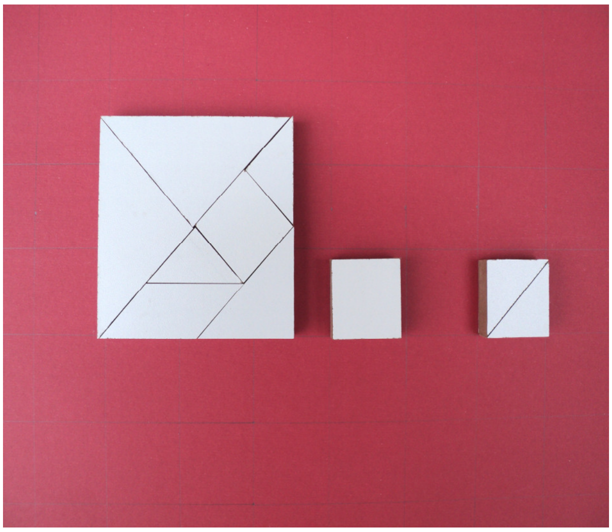


Figura 10: Tangram
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

a) Qual a área do triângulo intermediário?

**Resposta:** 1 unidades

b) Qual é a área da maior região triangular, tendo como unidade de medida o triângulo médio?

**Resposta:** 2 unidades.

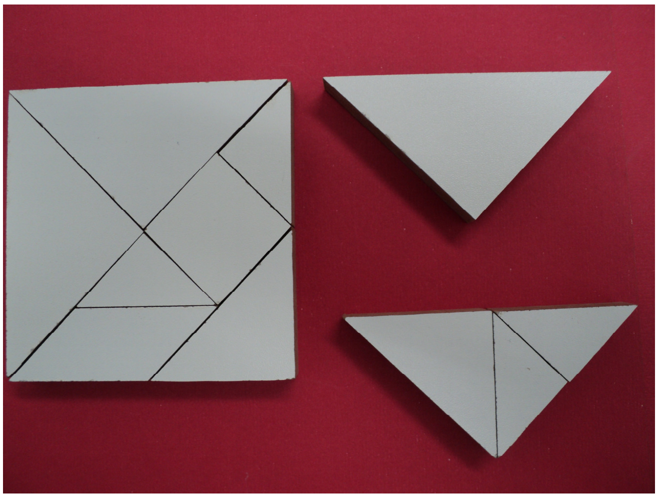


Figura 11: Tangram (área do triângulo maior)
Fonte: Foto elaborada por Antônio C. Souza Filho

**Resposta:** Observando a figura da questão anterior, podemos perceber que precisamos de 4 unidades do triângulo menor para obter a área do triangulo maior.

c) Observe a figura acima e diga, qual é a área do Tangran, tendo como unidade de medida o triângulo médio?

**Resposta:** 8 unidades

d) Observe a figura abaixo e responda, qual é a área do Tangran tomando como unidade a área do menor triângulo?
**Resposta:** 16 unidades

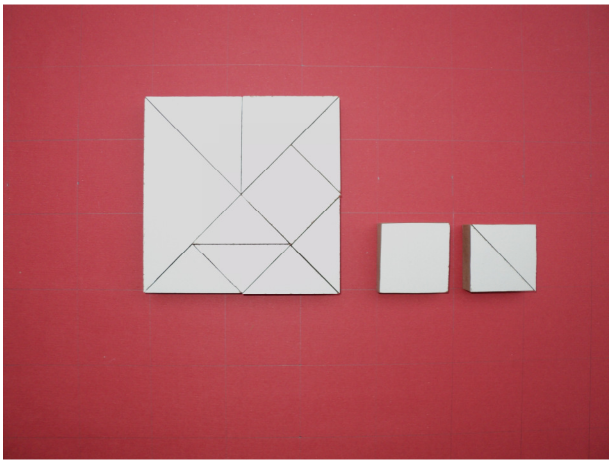


Figura 12: Tangram cálculo de área
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

## AVALIAÇÃO

A avaliação será feita através de um questionário, onde o aluno poderá expressar-se por escrito, de que mais gostou ou de que menos gostou e por quê. Quanto acha que aprendeu, em que teve mais dificuldade ou facilidade, o que em sua opinião deveria ser feito para melhorar seu desempenho.

## 8.3.2 - PLANO DE AULA DE GEOMETRIA - 6ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL II

**OBJETIVOS**

Reconhecer e estimar medidas angulares com o auxilio do Tangram, estabelecer comparações e relações entre ângulos; levantar hipóteses e verificá-las por meio do raciocínio dedutivo.

**CONHECIMENTOS PRÉVIOS**

Idéia de ângulo; Medidas de ângulo; Tipos de ângulos; Polígonos.

**CONTEÚDO**

- Os ângulos no Tangran

**ANO**

- 6ª série

**TEMPO ESTIMADO**

- 50 minutos

**RECURSO DIDÁTICO**

- Um Tangram feito de papel cartão e outro tridimensional.

**PROCEDIMENTO METODOLÓGICO**

**1ª ETAPA**

**Definir os ângulos dos triângulos, quadrados e o paralelogramo, através das figuras dos Tangram.**

- **Triângulo**

  Os ângulos menores são de $45^0$ e o ângulo maior é de 90º
  (ver figura 13).

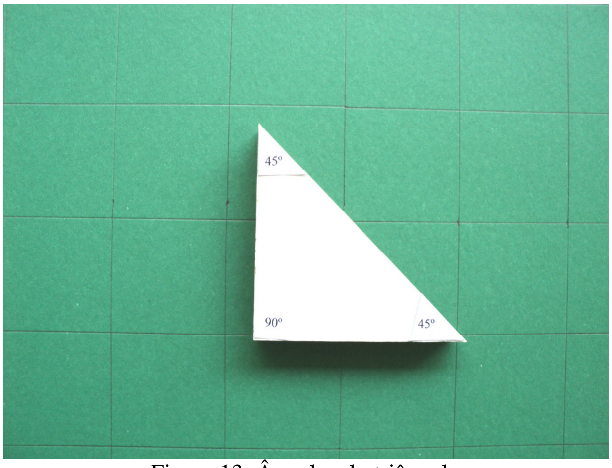


Figura 13: Ângulos do triângulo
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

- **Quadrado**
  Os quatro ângulos internos são de $90^0$
  (ver figura 14).

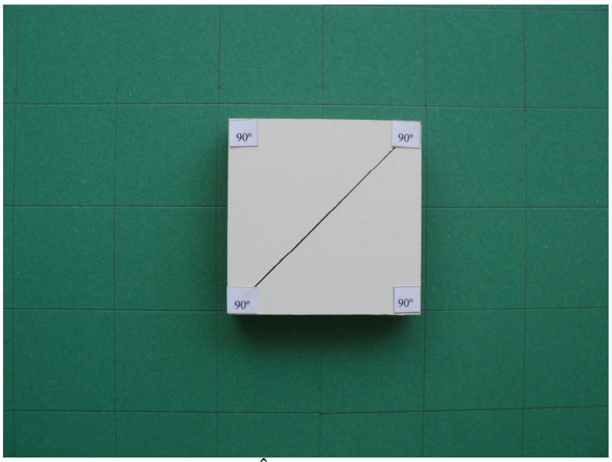


Figura 14: Ângulos do quadrado
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

- **Paralelogramo**
  Os dois ângulos menores são de $45^0$ e os ângulos maiores são de $135^0$
  (ver figura 15).

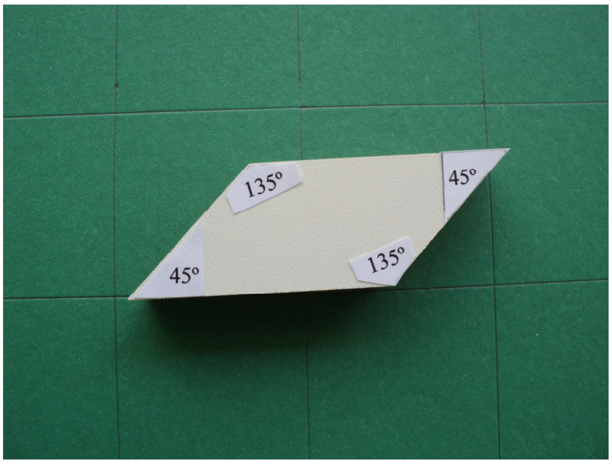


Figura 15: ângulos do paralelogramo
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

## União dos dois triângulos do Tangram.

- **Pelos ângulos menores:** Formando um quadrado (Ver figura 16).

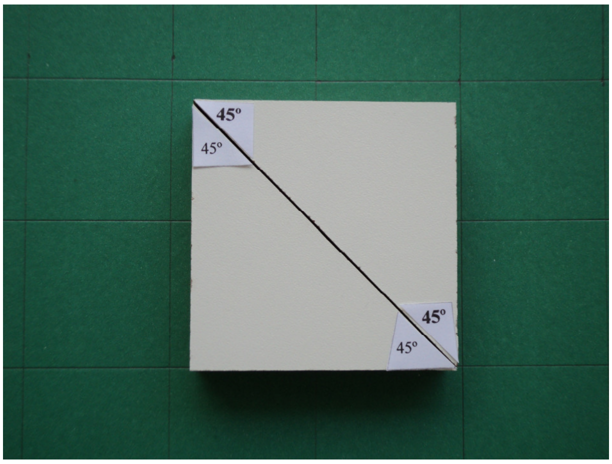


Figura 16: União de dois triângulos do Tangram
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

- **Pelos ângulos maiores:**

  Formando outro triângulo, mostrando que a soma de dois ângulos de $90^0$ forma um ângulo de $180^0$, representado por uma linha (Ver figura 17).

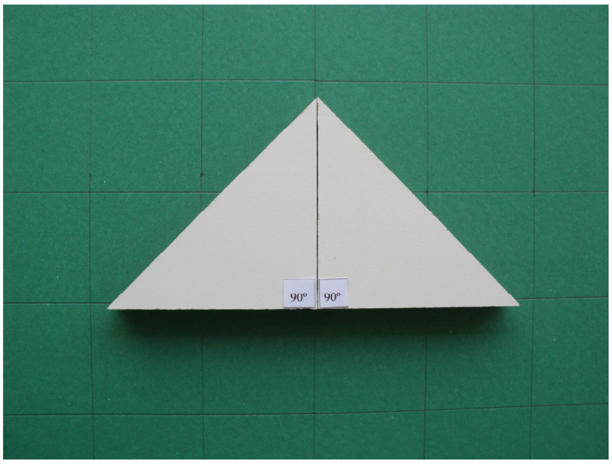



Figura 17: União de dois triângulos do Tangram
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

- **A composição dos dois triângulos maiores com o triângulo intermediário:** resulta em uma figura com um dos ângulos igual a $225^0$ (ver figura 18).

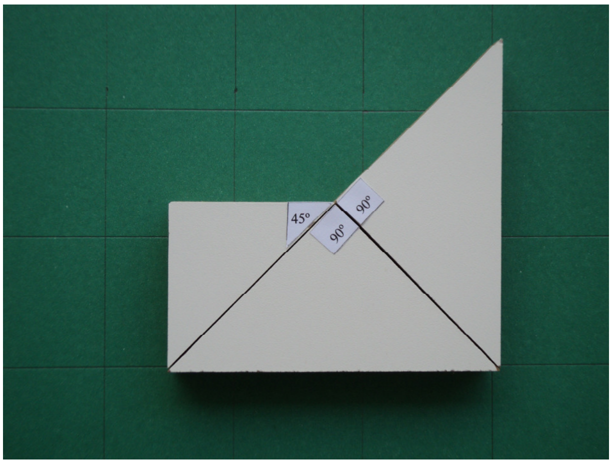



Figura 18: União de três triângulos do Tangram
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

- **A composição com os quadrados e os dois triângulos menores:** resulta num ângulo de $270^0$ (ver figura 19).

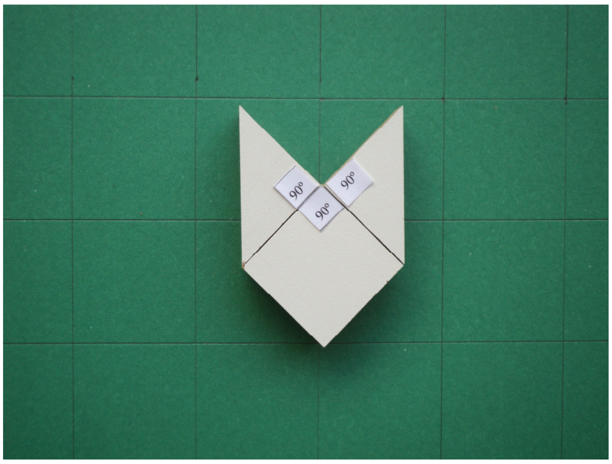



Figura 19: União de dois triângulos e um quadrado do Tangram
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

**A composição dos triângulos menores e o paralelogramo:** resultam no ângulo de $315^0$ (ver figura 20).

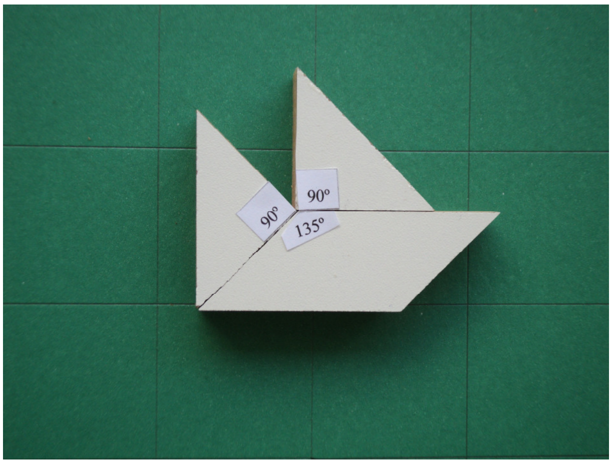



Figura 20: União de dois triângulos e o paralelogramo do Tangram
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

**A composição anterior com o triângulo intermediário:** resulta no ângulo de $360^0$ (ver figura 21).

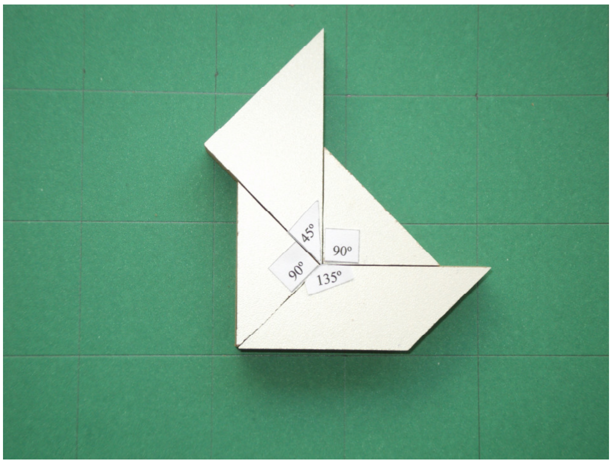


Figura 21: União de triângulos intermediários do Tangram
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

**2ª ETAPA**

## Atividade com o Tangram

Terminada as explicações, em duplas os alunos receberão um Tangram tridimensional de madeira e um Tangram plano de papel cartão, desmontado. Como atividade os alunos montaram figuras para identificar os ângulos internos e externos.

## Atividade

1. Com as peças do Tangram, montar as figuras e identificar os ângulos internos (conforme figura 22).

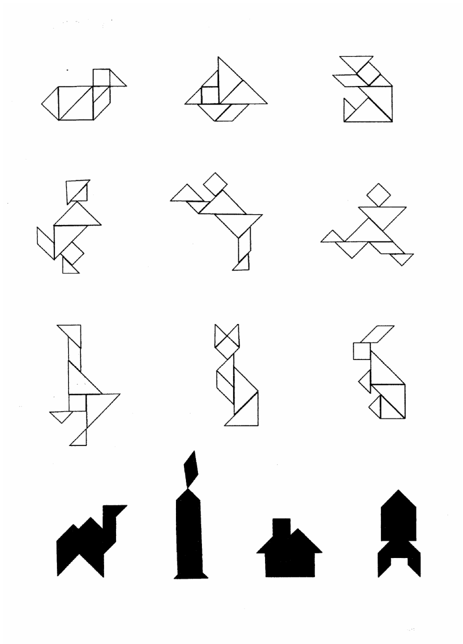


Figura 22 – Figuras do Tangram

Fonte: ESE de Castelo Branco

2. Dado um certo ângulo, construir uma figura que tenha para algum de seus ângulos internos o ângulo dado (conforme figura 23).

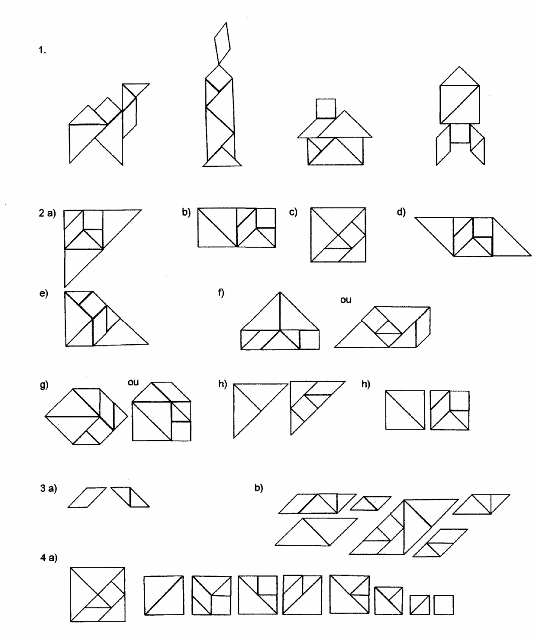



Figura 23: Figuras do Tangram

Fonte: ESE de Castelo Branco

**AVALIAÇÃO**

A avaliação será feita através de um questionário, onde o aluno poderá expressar-se por escrito, de que mais gostou ou de que menos gostou e por quê. Quanto acha que aprendeu, em que teve mais dificuldade ou facilidade, o que em sua opinião deveria ser feito para melhorar seu desempenho.

## 8.3.3 - PLANO DE AULA DE GEOMETRIA - 7ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL II.

**OBJETIVO**

Com o auxílio do Tangram, reconhecer como semelhantes às figuras que tem mesma forma; e como polígonos semelhantes àqueles que têm ângulos respectivamente congruentes e os lados correspondentes proporcionais. Conhecer e aplicar a propriedade dos perímetros em polígonos semelhantes. Identificar triângulos semelhantes.

**CONHECIMENTO PRÉVIO**

Noção de razão e proporção; Ângulos congruentes; Figuras congruentes.

**CONTEÚDO**

- Semelhança, congruência

**ANO**

- 7ª série

**TEMPO ESTIMADO**

- 50 minutos

**MATERIAL NECESSÁRIO**

Um Tangram feito de papel cartão e outro tridimensional.

**PROCEDIMENTO METODOLÓGICO**

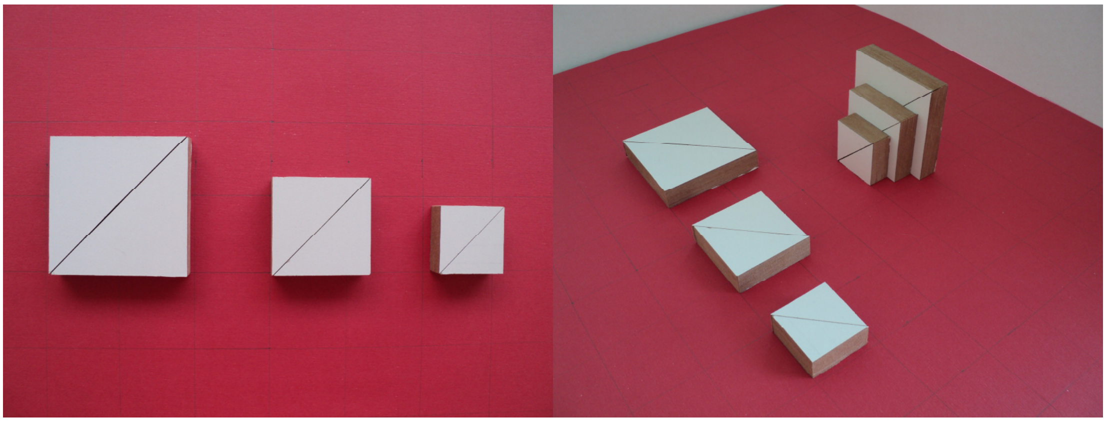
**1ª ETAPA**

## Definição de polígonos semelhantes

Dois polígonos são semelhantes se têm o mesmo número de lados, o ângulo entre lados correspondentes dos polígonos é o mesmo e para cada lado de um dos polígonos existe um único lado do outro polígono, cuja razão entre os lados seja um número constante. Este número é a razão de semelhança. Quando a razão de semelhança é 1 então as figuras são congruentes.

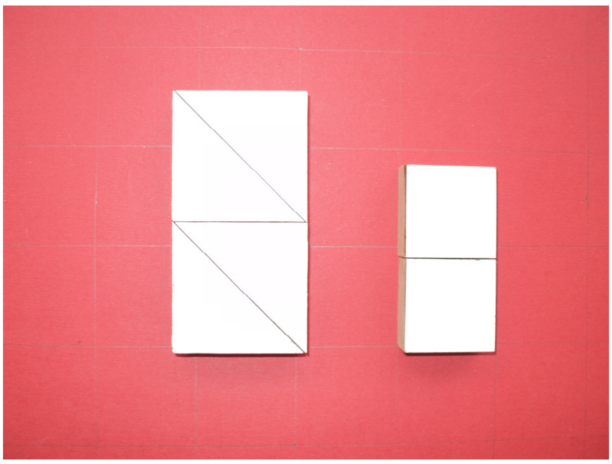
## Exemplos:

- **Todos os quadrados são semelhantes** (ver figura 24 e 25)



Figuras 24 e 25: Quadrados semelhantes (Peças do Tangram)
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

- **Dois retângulos são semelhantes se a razão entre seus lados forem as mesmas.** (ver figura 26)



Figuras 26: Retângulos semelhantes (Peças do Tangram)
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

- **Os triângulos do Tangram são semelhantes.** (ver figura 27 e 28)

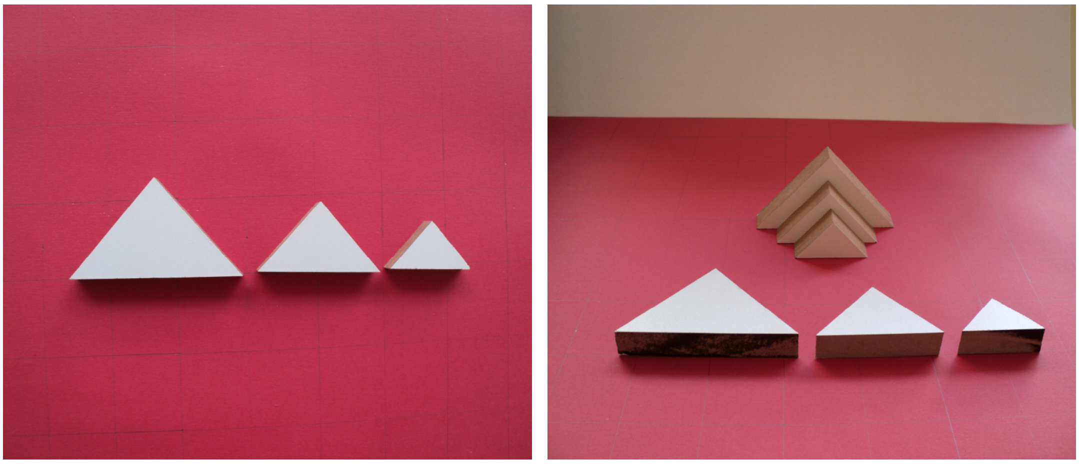


Figura 27 e 28: Triângulos semelhantes (Peças do Tangram)
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

- **Os trapézios formados com as peças do Tangram são semelhantes.** (ver figura 29 e 30)

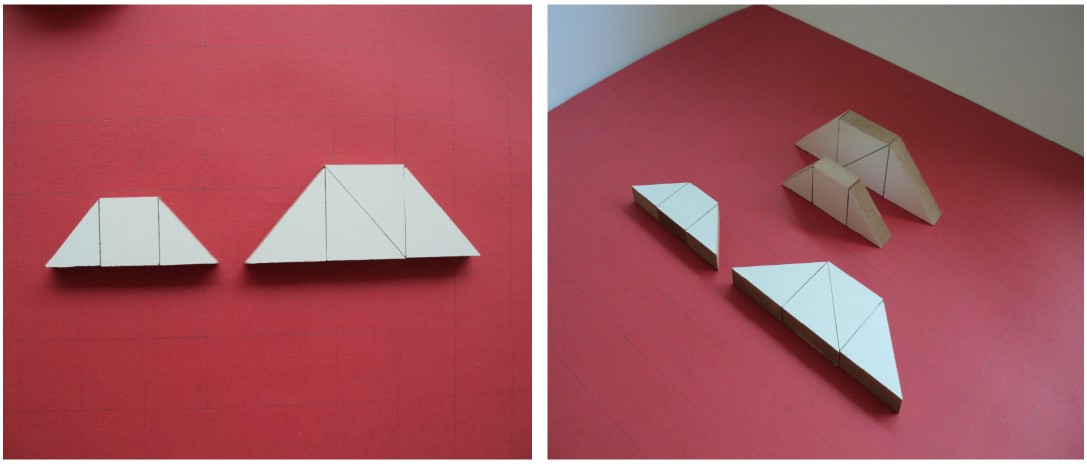


Figura 29 e 30: Trapézios semelhantes (Peças do Tangram)
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

- **As figuras abaixo não são semelhantes.** (ver figura 31)

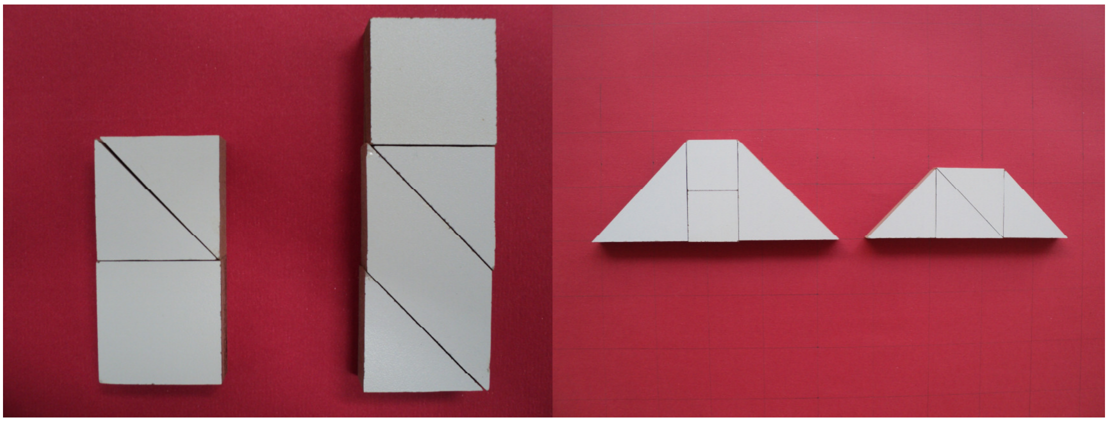


Figura 31: Figuras não semelhantes formadas com as peças do Tangram
Fonte: Foto elaborada por Antônio C. de Souza Filho

**2ª ETAPA**

## Atividade com o Tangram

Terminada as explicações, em duplas os alunos receberão um Tangram tridimensional de madeira desmontado. Como atividade os alunos montaram figuras para verificar se são semelhantes e congruentes.

## Atividade

1. Montar as figuras e verificar se são semelhantes. Em seguida verificar se são congruentes.
2. Montar figuras semelhantes e congruentes com peças de dois Tangrans. (ver figura 32)

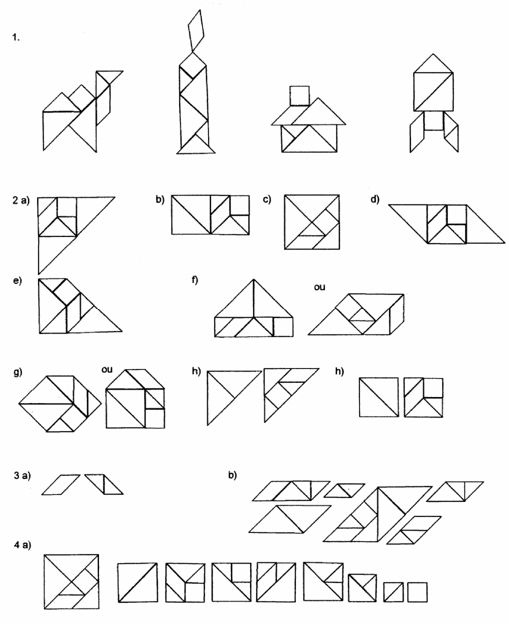



Figura 32: Figuras do Tangram
Fonte: ESE de Castelo Branco

**AVALIAÇÃO**

A avaliação será feita através de um questionário, onde o aluno poderá expressar-se por escrito, de que mais gostou ou de que menos gostou e por quê. Quanto acha que aprendeu, em que teve mais dificuldade ou facilidade, o que em sua opinião deveria ser feito para melhorar seu desempenho.

## 8.3.4 - PLANO DE AULA DE GEOMETRIA - 8ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL II.

**OBJETIVOS**

Conhecer o teorema de Pitágoras; com o auxílio do Tangram, entender geometricamente a demonstração do Teorema de Pitágoras; resolver problemas aplicando o Teorema de Pitágoras.

**CONHECIMENTOS PRÉVIOS**

Cálculo de áreas de figuras planas, semelhança de triângulos no triângulo retângulo, medidas de ângulos, tipos de ângulos.

**CONTEÚDO**

- Teorema de Pitágoras (quadrados e triângulos).

**ANO**

- 8ª série

**TEMPO ESTIMADO**

- 50 minutos

**MATERIAL NECESSÁRIO**

Um Tangram feito de papel cartão e outro tridimensional, com figuras geométricas.

**PROCEDIMENTO METODOLÓGICO**

**1ª ETAPA**

## Reconstrução do argumento de Sócrates no diálogo do Mênon  usando o Teorema de Pitágoras.

Traçamos uma diagonal no quadrado obtendo dois triângulos, ou seja, dois triângulos formam a área do quadrado. Portanto com quatro triângulos, obtemos o dobro da á. Tomando dois pares desses triângulos unindo cada par pelos catetos, obtemos dessa forma dois triângulos. Unindo esses triângulos pela hipotenusa obtemos um quadrado de área dobrada (ver figuras 33 e 34).

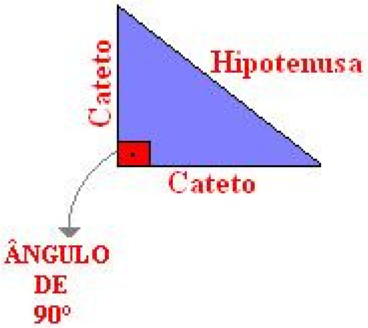



Figura 33:
Fonte: Google images- trireta.JPG

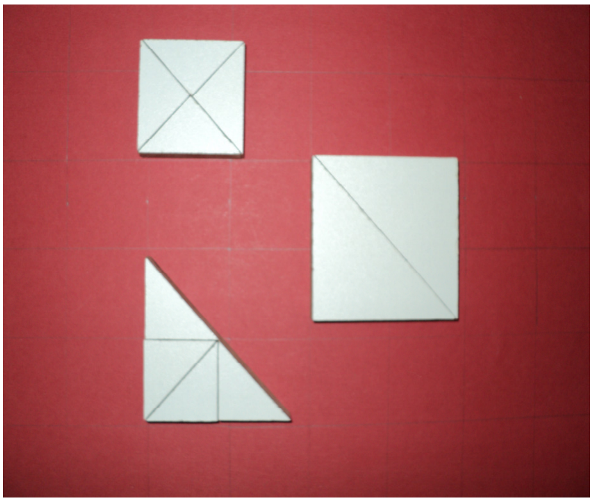
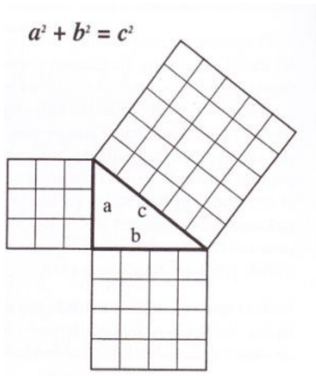


Figura 34: Tangram e o Argumento de Sócrates
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

**2ª ETAPA**

## Teorema de Pitágoras

O Teorema de Pitágoras diz que, em um triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos. Se construir-mos quadrados sobre os lados **a, b e c** do triângulo retângulo, esses quadrados terão área $\mathbf{a^2}$, $\mathbf{b^2}$ **e** $\mathbf{c^2}$ (ver figura 35 e 36).



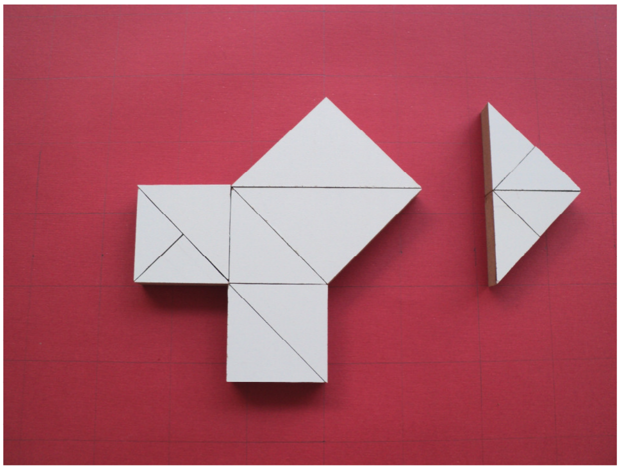



Figura 35:
Fonte: Google images

Figura 36: Teorema de Pitágoras com o Tangram
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

Portanto, o Teorema de Pitágoras pode ser enunciado da seguinte forma, a área do quadrado maior (construído sobre a hipotenusa) é igual à soma das áreas dos dois quadrados menores (construídos sobre os catetos). Veja a seguir:

$$\mathbf{C^2 = A^2 + B^2}$$

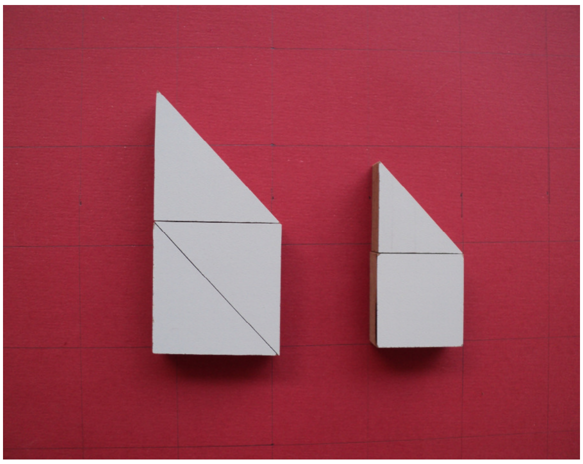
$$\mathbf{5^2 = 3^2 + 4^2}$$

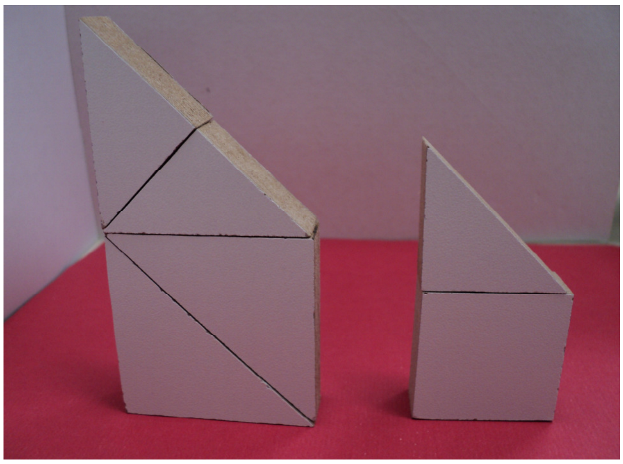
$$\mathbf{25 = 9 + 16}$$

**3ª ETAPA**

## Atividade com o Tangram

- **Duplicar a área do quadrado menor do Tangram** (ver figuras 37 e 38)





Figuras 37 e 38: Duplicar área do quadrado com as peças do Tangram
Fonte: Fotos elaboradas por Antônio C. de Souza Filho

Observe que o quadrado menor é formado por dois triângulos menores, o quadrado maior é formado por dois triângulos maiores. Cada triângulo maior é formado por dois menores. Daí, o quadrado maior tem o dobro da área do menor.

- **Determinar o comprimento de todas as peças do Tangram** (ver figura 39)

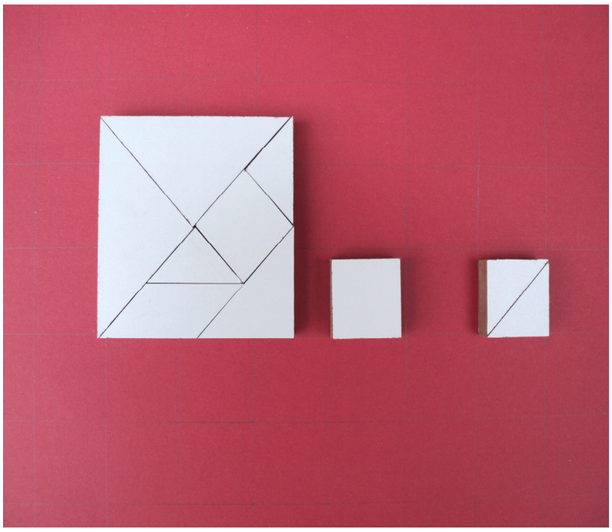


Figura 39: Tangram (comprimento de todas as peças)
Fonte: Foto elaborada por Ana L. S. de Oliveira

**AVALIAÇÃO**

A avaliação será feita através de um questionário, onde o aluno poderá expressar-se por escrito, de que mais gostou ou de que menos gostou e por quê. Quanto acha que aprendeu, em que teve mais dificuldade ou facilidade, o que, em sua opinião deveria ser feito para melhorar seu desempenho.

# CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta desse projeto é o ensino de geometria nas séries iniciais do Ensino fundamental II de 5ª à 8ª série, utilizando o Tangram que é um quebra cabeça (jogo), composto por sete peças com formas geométricas. No inicio da pesquisa tínhamos como material concreto apenas o Tangram plano confeccionado especificamente em papel cartão colorido. Com o decorrer dos trabalhos sentimos a necessidade de desenvolver um Tangram que fosse tridimensional para ensinar geometria espacial. O Tangram foi desenvolvido e confeccionado em madeira com um centímetro e meio de espessura. Conforme avançamos na pesquisa percebemos que o Tangram tridimensional é um material concreto manipulável e um excelente recurso didático que acreditamos poder desenvolver no aluno o raciocínio lógico, a capacidade investigativa, permitindo que ele sinta capaz de aprender, saber, fazer e falar de matemática e geometria, construindo o seu próprio conhecimento. Com base na Proposta Curricular do Estado de São Paulo, conteúdo de Geometria, desenvolvemos e apresentamos o Plano de Ensino e um Plano de Aula para cada série do Ensino Fundamental II para ser aplicado futuramente, porque não houve tempo hábil para aplica-lo com os alunos.

# BIBLIOGRAFIA

**CASTRO,** Patrícia A.P.P.; TUCUNDUVA, Cristiane Costa; ARNS, Elaine Mandelli. *A Importância do Planejamento das Aulas para Organização do Trabalho do Professor em sua Prática Docente.* Athena – Revista Científica de Educação, v.10, n.10, jan/jun.2008. Disponível em: < http://www.faculdadeespoente.edu.br/upload /.../1243985734.PDF->Acesso em: 14 out 2010.

**ESE DE CASTELO BRANCO,** Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do Primeiro Ciclo. *Actividades com o Tangram.* Disponível em:< http:// www.scribd.com/.../**Programa-de-FormaCAo-ContInua-Em-MatemAtica**-Para > Acesso em: 16 abr 2010.

**ETHOS-VALOR.** *Roteiro para Elaboração do Plano de Ensino para o Prêmio Ethos-Valor.* 9. ed. Concurso para Professores e Estudantes Universitários. dez. 2003. Disponível em:<www.eduardosy.com.br/**ethos**/pdfs/**Roteiro_Ethos**_PEV9_**Plano**.pdf> Acesso em: 20 mai 2010.

**FIORENTINI,** Dario; MIORIM, Maria Ângela. *Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática.* Publicado no Boletim SBEM-SP. Ano 4, n.7. julho/agosto de 1990. Disponível em: <http://www.mat.ufmg.br/.../Umareflexao_ sobre_o_uso_de_materiais_concretos_e_jogos_no_ensino_da_Matematica.doc> Acesso em: 22 set 2010.

**GOTTSCHALK**, Cristiane Maria C. *O Papel do Mestre: Mênon revisitado sob uma perspectiva wittgensteiniana.* Revista Internaconal d'Humanitats 11, CEMOrOC-Fusp/ Núcleo Humanidades-ESDC / Univ. Autónoma de Barcelona, 2007. Disponível em:<http://www.hottopos.com/rih11/cristiane.pdf> Acesso em: 13 mai 2010.

**GUIMARÃES,** Arthur et al. *Grandes Pensadores: Sócrates – O Mestre em Busca da Verdade. Platão – O Primeiro Pedagogo.* Revista Nova Escola, ed. Especial p. 8-13, São Paulo: Editora Abril, 2008.

**KRENZ,** Arthur A. *Jogo e Educação na República de Platão.* Disponível em: http://www.miniweb.com.br/educadores/Teoria_educ/platão3.htm. Apud FERREIRA, Marcos A. Educação na República de Platão – Ferramenta para Instituir a Aristocracia Totalitária. Belo Horizonte: FACETEN, 2006. Disponível em:<http://www.calameo. com/subscriptions/279174> Acessado em 07 out 2010.

**MARCONI,** Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. *Metodologia do Trabalho científico: procedimentos básicos, pesquisa bibliográfica, projeto e relatório, publicações e trabalhos científicos.* 7. ed. – 4. reimpr. – São Paulo: Atlas, 2009.

**MLODINOW,** Leonard. *A Janela de Euclides: a história da geometria, das linhas paralelas ao hiperespaço.* Tradução: Enézio E. de Almeida Filho. 5. ed. São Paulo: Geração Editorial, 2010.

**MOREIRA,** Marco Antonio. *Teorias de aprendizagem.* 1. ed. São Paulo: EPU, 1999.

**OLIVEIRA,** João Batista Araújo; CHADWICK, Clifton. *Aprender e Ensinar.* 9 ed. Belo Horizonte: Instituto Alfa e Beto., 2008.

**PILETTI,** Claudino. *Didática Geral.* 23. ed. São Paulo: Ática, 2008

**PLATÃO.** *A República.* Texto integral. Tradução: Pietro Nassetti. 2. ed. – 7. reimpr. São Paulo: Martin Claret, 2009.

**PLATÃO**. *Mênon.* Texto estabelecido e anotado por John Burnet. Tradução: Maura Iglésias. 5. ed. Rio de Janeiro: PUC-Rio; São Paulo: Loyola, 2001.

**PROPOSTA CURRICULAR DO ESTADO DE SÃO PAULO:** *Matemática (Ensino Fundamental e Médio) – Estudo e ensino I e II.* Coord. Fini, Maria Inês, São Paulo : SEE, 2008.

**SOUZA,** Eliane Reame et al. *A Matemática das Sete Peças do Tangram.* 2. ed. São Paulo: IME-USP, 1997.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ, PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO.** *Instruções para Elaboração de Plano de Ensino 2006*. Disponível em: <http://www.dee.Ufc.br/.../PlanoDeEnsino/Plano_de_Ensino_Metodos_Numericos_2010.pdf > Acesso em: 20 mai 2010.