

# ACH2043

# INTRODUÇÃO À TEORIA DA COMPUTAÇÃO

## Cap 3.2 – Variantes de MT

Slides gentilmente cedidos pela  
Profa. Ariane Machado Lima

# Máquinas de Turing – Definição formal

Uma *máquina de Turing* é uma 7-upla,  $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{aceita}, q_{rejeita})$ , onde  $Q, \Sigma, \Gamma$  são todos conjuntos finitos e

1.  $Q$  é o conjunto de estados,
2.  $\Sigma$  é o alfabeto de entrada sem o *símbolo em branco*  $\sqcup$ ,
3.  $\Gamma$  é o alfabeto de fita, onde  $\sqcup \in \Gamma$  e  $\Sigma \subseteq \Gamma$ ,
4.  $\delta: Q \times \Gamma \longrightarrow Q \times \Gamma \times \{E, D\}$  é a função de transição,
5.  $q_0 \in Q$  é o estado inicial,
6.  $q_{aceita} \in Q$  é o estado de aceitação, e
7.  $q_{rejeita} \in Q$  é o estado de rejeição, onde  $q_{rejeita} \neq q_{aceita}$ .

# Máquinas de Turing – Definição formal

Uma *máquina de Turing* é uma 7-upla,  $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{aceita}, q_{rejeita})$ , onde  $Q, \Sigma, \Gamma$  são todos conjuntos finitos e

1.  $Q$  é o conjunto de estados,
2.  $\Sigma$  é o alfabeto de entrada sem o *símbolo em branco*  $\sqcup$ ,
3.  $\Gamma$  é o alfabeto de fita, onde  $\sqcup \in \Gamma$  e  $\Sigma \subseteq \Gamma$ ,
4.  $\delta: Q \times \Gamma \longrightarrow Q \times \Gamma \times \{E, D\}$  é a função de transição,
5.  $q_0 \in Q$  é o estado inicial,
6.  $q_{aceita} \in Q$  é o estado de aceitação, e
7.  $q_{rejeita} \in Q$  é o estado de rejeição, onde  $q_{rejeita} \neq q_{aceita}$ .

$\delta: Q' \times \Gamma \longrightarrow Q \times \Gamma \times \{E, D\}$ , onde  $Q'$  é  $Q$  sem  $q_{aceita}$  e  $q_{rejeita}$

## 3.2 – Variantes de Máquinas de Turing

# Variantes de Máquinas de Turing

Máquina de Turing é um modelo **robusto**: ela e suas variações reconhecem a mesma classe de linguagens

# Máquinas de Turing Multifita

- K fitas
- Cada fita tem sua própria cabeça para leitura e escrita
- Inicialmente, a cadeia de entrada fica na fita 1, e as demais fitas com branco

$$\delta: Q \times \Gamma^k \longrightarrow Q \times \Gamma^k \times \{\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{P}\}^k$$

$$\delta(q_i, a_1, \dots, a_k) = (q_j, b_1, \dots, b_k, \mathbf{E}, \mathbf{D}, \dots, \mathbf{E})$$

**TEOREMA 3.13** .....

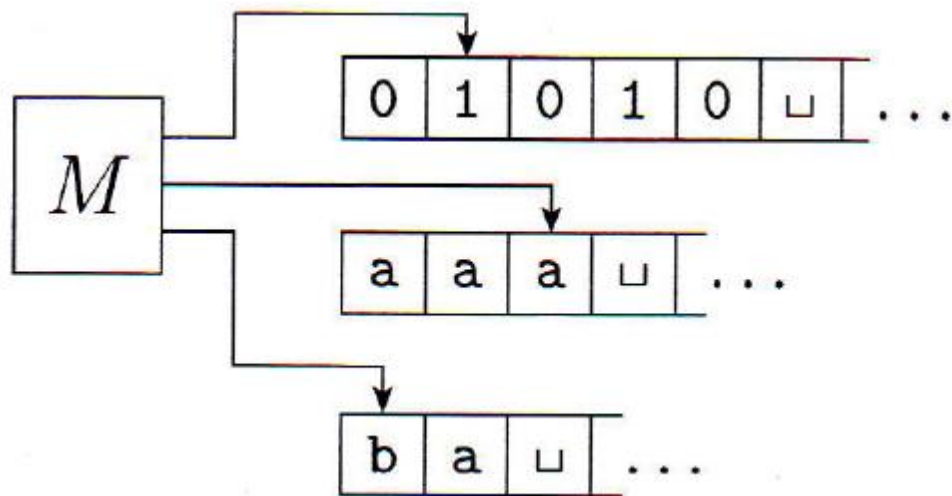
Toda máquina de Turing multifita tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

### TEOREMA 3.13

Toda máquina de Turing multifita tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

Seja  $S$  uma MT de fita única e  $M$  uma MT de  $k$  fitas.

$S$  pode simular  $M$ :



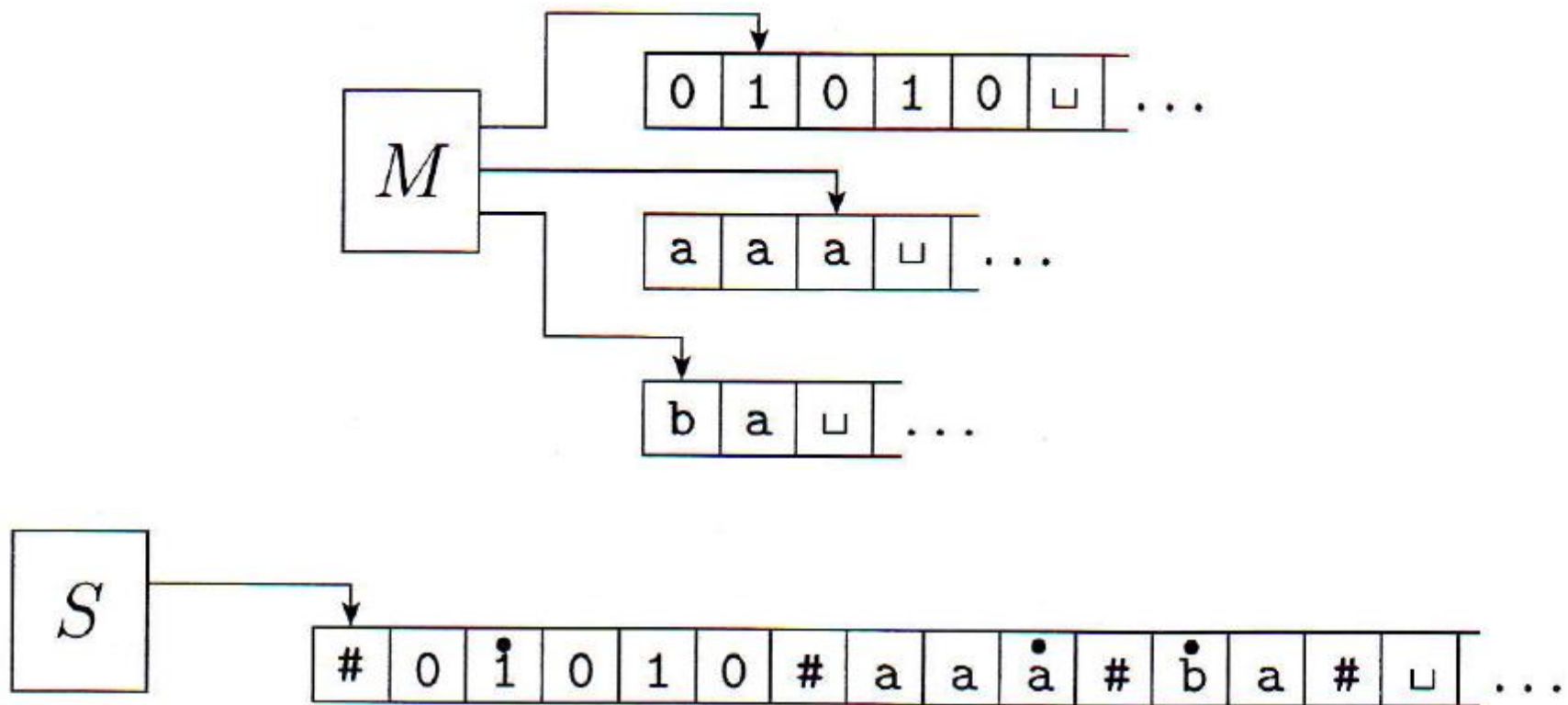


### TEOREMA 3.13

Toda máquina de Turing multifita tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

Seja  $S$  uma MT de fita única e  $M$  uma MT de  $k$  fitas.

$S$  pode simular  $M$ :



# Funcionamento de S:

- Preparação da fita: (ex:  $w = w_1 \cdots w_n$  )

# Funcionamento de S:

- Preparação da fita: (ex:  $w = w_1 \cdots w_n$  )

$\# \overset{\bullet}{w_1} w_2 \cdots w_n \# \overset{\bullet}{\sqcup} \overset{\bullet}{\sqcup} \# \cdots \#$

# Funcionamento de S:

- Preparação da fita: (ex:  $w = w_1 \cdots w_n$  )

$\overset{\bullet}{\#}w_1w_2 \cdots w_n \overset{\bullet}{\#}\overset{\bullet}{\sqcup}\overset{\bullet}{\sqcup}\overset{\bullet}{\#} \cdots \#$

- Leitura dos símbolos atuais:

# Funcionamento de S:

- Preparação da fita: (ex:  $w = w_1 \cdots w_n$  )

$\overset{\bullet}{\#}w_1w_2 \cdots w_n \overset{\bullet}{\#}\overset{\bullet}{\#}\overset{\bullet}{\#} \cdots \#$

- Leitura dos símbolos atuais: percorre a fita lendo os símbolos com ponto em cima (até o (k+1)-ésimo #)

# Funcionamento de S:

- Preparação da fita: (ex:  $w = w_1 \cdots w_n$  )

$\# \overset{\bullet}{w_1} w_2 \cdots w_n \# \overset{\bullet}{\square} \overset{\bullet}{\square} \# \cdots \#$

- Leitura dos símbolos atuais: percorre a fita lendo os símbolos com ponto em cima (até o  $(k+1)$ -ésimo #)

Atualização das cabeças:

# Funcionamento de S:

- Preparação da fita: (ex:  $w = w_1 \cdots w_n$  )

$\# \overset{\bullet}{w_1} w_2 \cdots w_n \# \overset{\bullet}{\square} \# \overset{\bullet}{\square} \# \cdots \#$

- Leitura dos símbolos atuais: percorre a fita lendo os símbolos com ponto em cima (até o (k+1)-ésimo #)

Atualização das cabeças: percorre a fita fazendo as atualizações conforme a função de transição (tirando e colocando pontos para atualizar as cabeças de fitas), (até o (k+1)-ésimo #)

# Funcionamento de S:

- Preparação da fita: (ex:  $w = w_1 \cdots w_n$  )

$\# \overset{\bullet}{w_1} w_2 \cdots w_n \# \overset{\bullet}{\sqcup} \overset{\bullet}{\sqcup} \# \cdots \#$

- Leitura dos símbolos atuais: percorre a fita lendo os símbolos com ponto em cima (até o (k+1)-ésimo #)

Atualização das cabeças: percorre a fita fazendo as atualizações conforme a função de transição (tirando e colocando pontos para atualizar as cabeças de fitas), (até o (k+1)-ésimo #)

- Se uma cabeça de fita vai para um “#”:



# Funcionamento de S:

- Preparação da fita: (ex:  $w = w_1 \cdots w_n$  )

$\# \overset{\bullet}{w_1} w_2 \cdots w_n \# \overset{\bullet}{\sqcup} \overset{\bullet}{\sqcup} \# \cdots \#$

- Leitura dos símbolos atuais: percorre a fita lendo os símbolos com ponto em cima (até o (k+1)-ésimo #)

Atualização das cabeças: percorre a fita fazendo as atualizações conforme a função de transição (tirando e colocando pontos para atualizar as cabeças de fitas), (até o (k+1)-ésimo #)

- Se uma cabeça de fita vai para um “#”: desloca o conteúdo da fita para a direita e coloca o símbolo no lugar daquele “#”

**COROLÁRIO 3.15** .....

Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se alguma máquina de Turing multifita a reconhece.

## COROLÁRIO 3.15

---

Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se alguma máquina de Turing multifita a reconhece.

### Prova:

Linguagem  $L$  é TR  $\Rightarrow$  MTM reconhece  $L$ :

$L$  é TR  $\Rightarrow$  existe uma MT de fita única que a reconhece  $\Rightarrow$  existe uma MT multifita que a reconhece (pois fita única é um caso especial de multifita)

MTM reconhece  $L \Rightarrow$  Linguagem  $L$  é TR:

MTM reconhece  $L \Rightarrow$  uma MT fita única a reconhece (pelo teorema)  $\Rightarrow L$  é TR

# Máquinas de Turing Não-Determinísticas

# Máquinas de Turing Não-Determinísticas

$$\delta: Q \times \Gamma \longrightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma \times \{E, D\}).$$

**TEOREMA 3.16** .....

Toda máquina de Turing não-determinística tem uma máquina de Turing determinística que lhe é equivalente.

## TEOREMA 3.16

---

Toda máquina de Turing não-determinística tem uma máquina de Turing determinística que lhe é equivalente.

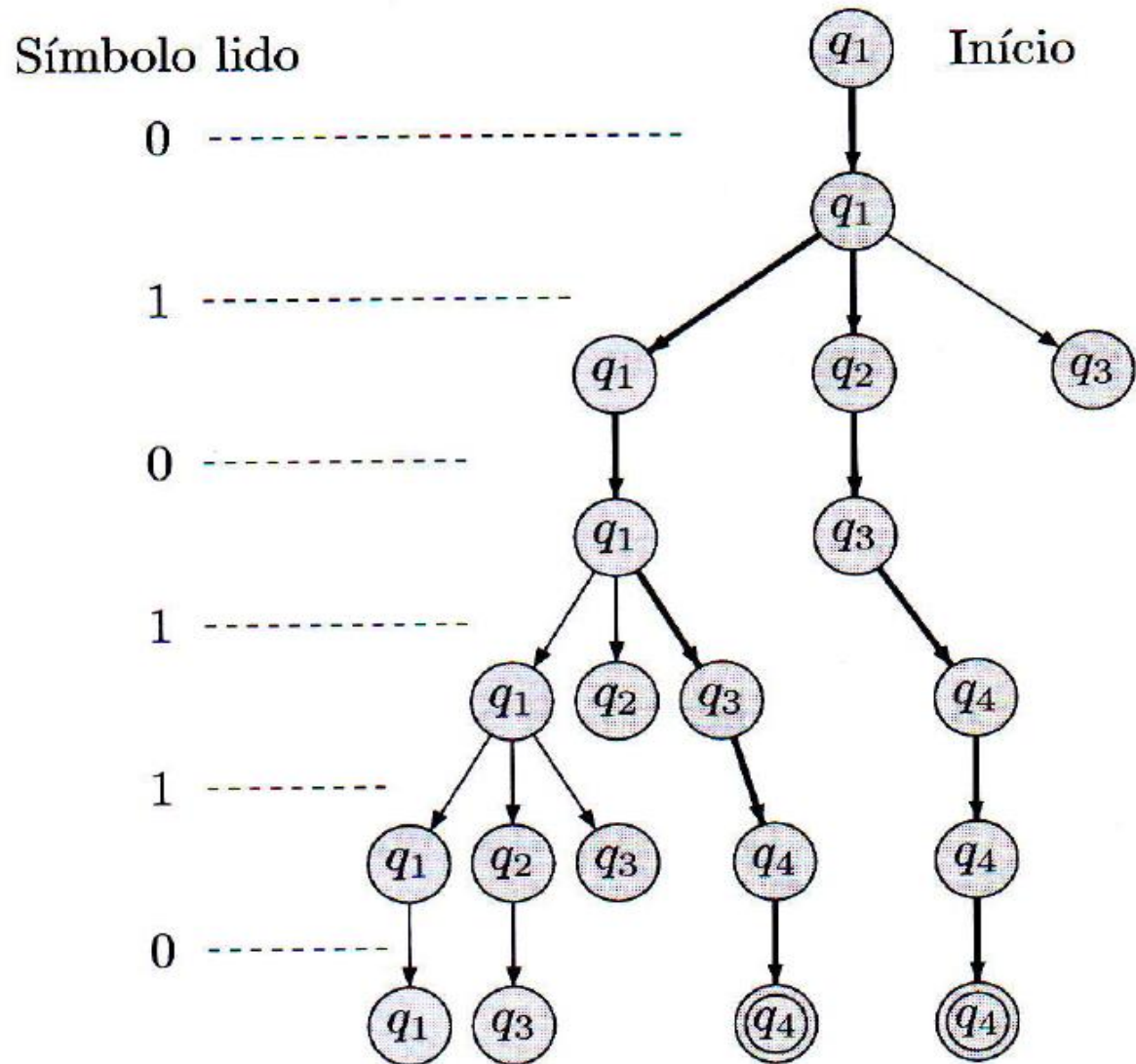
### Ideia da prova:

Usar para MT determinística D para simular todas as possíveis computações de uma MT não determinística N

Computação de N representada por uma árvore (filhos de um nó são as possibilidades de transição)

Cada caminho (a partir da raiz) é uma computação possível

# Lembram da árvore para AFNDs?





## TEOREMA 3.16

---

Toda máquina de Turing não-determinística tem uma máquina de Turing determinística que lhe é equivalente.

### Ideia da prova:

Usar para MT determinística D para simular todas as possíveis computações de uma MT não determinística N

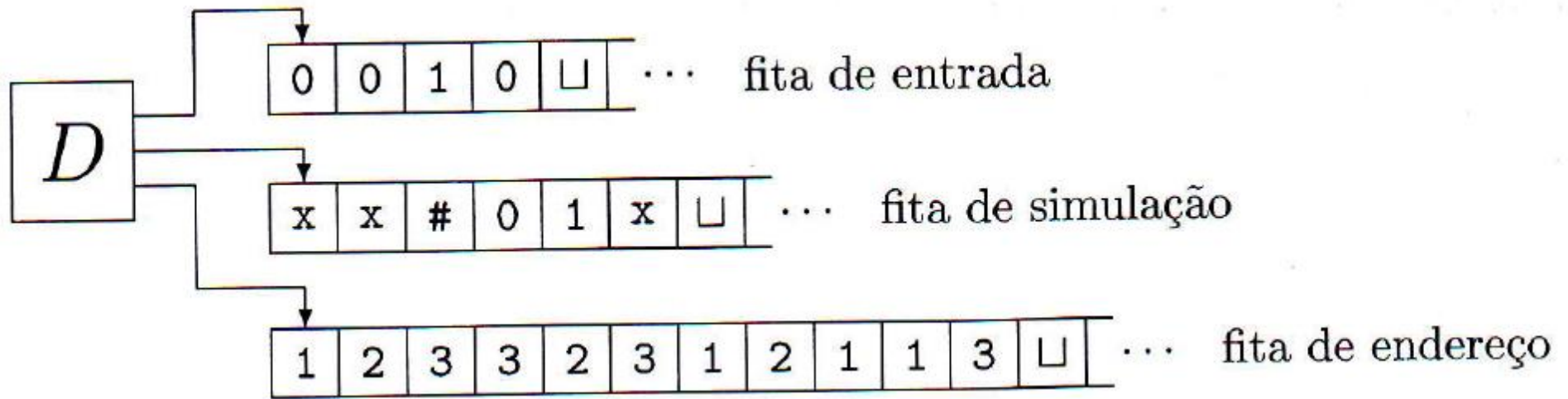
Computação de N representada por uma árvore (filhos de um nó são as possibilidades de transição)

Cada caminho (a partir da raiz) é uma computação possível

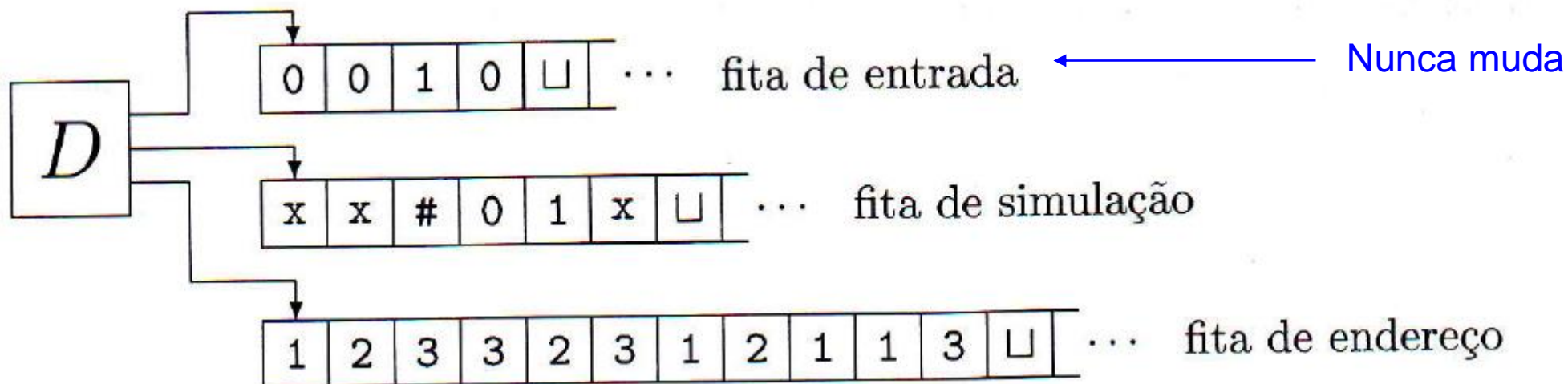
Cada nó dessa árvore terá um endereço que indica qual filho seguir a partir da raiz (ex: 314)

D irá percorrer essa árvore através de busca em largura (para impedir que caia em um ramo infinito)

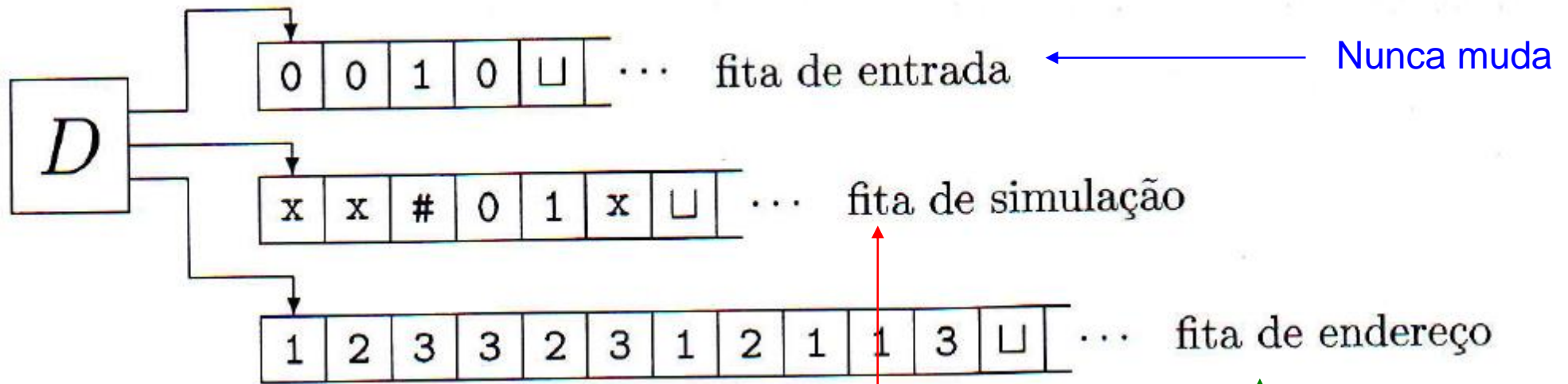
# Prova



# Prova



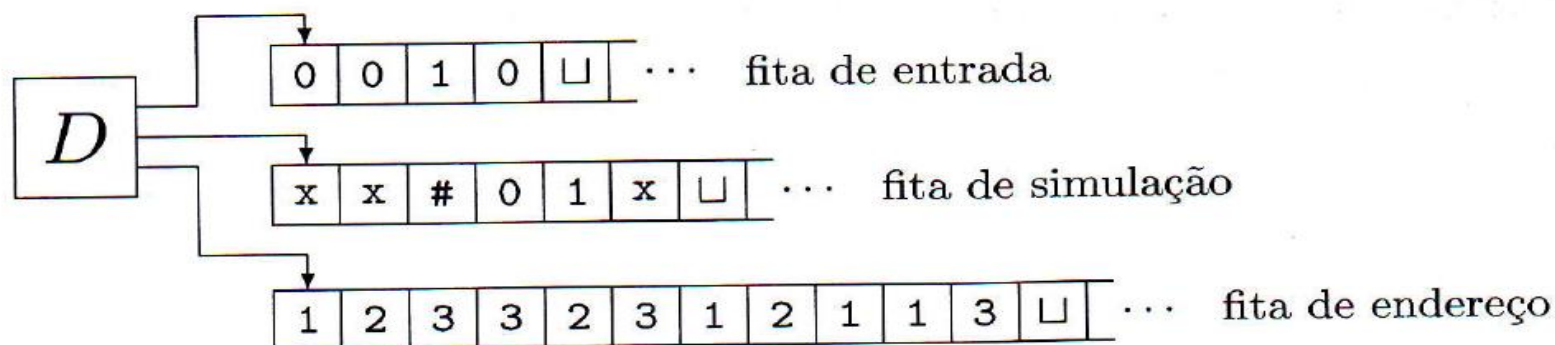
# Prova



Usada para simular cada ramo separadamente

Usada para indicar em qual computação (caminho) estou  
Possui uma cadeia em  $\Sigma_b^*$ ,  $\Sigma_b = \{1, 2, \dots, b\}$ , sendo  $b$  o maior número de filhos de um nó (ie, o maior número de transições alternativas de um estado)

# Prova



1. Inicialmente, a fita 1 contém a entrada  $w$  e as fitas 2 e 3 estão vazias.
2. Copie a fita 1 para a fita 2.
3. Use a fita 2 para simular  $N$  com a entrada  $w$  sobre um ramo de sua computação não-determinística. Antes de cada passo de  $N$ , consulte o próximo símbolo na fita 3 para determinar qual escolha fazer entre aquelas permitidas pela função de transição de  $N$ . Se não restam mais símbolos na fita 3 ou se essa escolha não-determinística for inválida, aborte esse ramo indo para o estágio 4. Também vá para o estágio 4 se uma configuração de rejeição for encontrada. Se uma configuração de aceitação for encontrada, *aceite* a entrada.
4. Substitua a cadeia na fita 3 pela próxima cadeia na ordem lexicográfica. Simule o próximo ramo da computação de  $N$  indo para o estágio 2.

**COROLÁRIO 3.18** .....

Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se alguma máquina de Turing não-determinística a reconhece.