O brilho aparente e a Luminosidade das estrelas

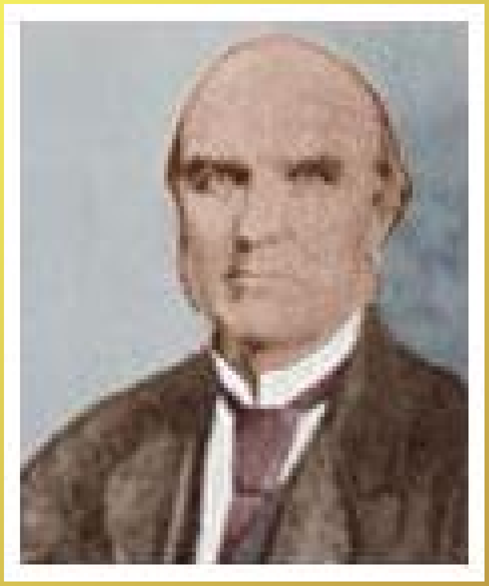
Roberto Ortiz - EACH/USP

Primeiras estimativas

- Hiparco (séc. II a.C.) catalogou cerca de 2000 estrelas, visualmente.
- Ele classificou-as conforme seu brilho aparente ao olho humano.
- As 20 estrelas mais brilhantes do céu foram classificadas como de “1ª Magnitude”
- As demais estrelas foram classificadas em ordem decrescente de brilho, sendo as mais fracas de 6ª magnitude.

Tempos modernos

- O astrônomo inglês Norman R. Pogson (1829-1891) percebeu que as estrelas que Hiparco classificara como de 1ª magnitude eram cerca de 100 vezes mais brilhantes do que as de 6ª magnitude.
- Em 1856 ele propôs uma definição matemática de magnitude aparente que se assemelhasse à de Hiparco.



De acordo com a sugestão de Pogson, a magnitude aparente visual de uma estrela (uma medida de seu brilho) é calculada pela expressão:

$$\mathbf{m_v = -2{,}5 \log (F_{*v}/F_o)}$$

onde:

F_{*v} é o fluxo luminoso visual da estrela considerada (em W/m^2)

F_o é o fluxo luminoso visual de Vega, que por definição tem magnitude zero

O brilho das estrelas pode ser medido utilizando-se um equipamento chamado fotômetro. Ele é acoplado ao telescópio no lugar da ocular.

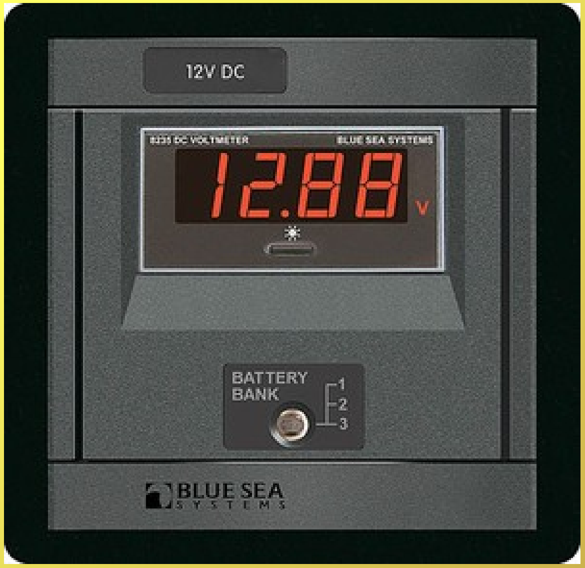
Nos fotômetros, o fluxo luminoso da estrela é transformado (i.e. é proporcional) em uma d.d.p. (voltagem) ou em uma corrente elétrica.

Fotômetro acoplado ao foco de um telescópio Celestron
http://www.astrosurf.com/buil/us/story/story1.htm

Exemplo: aponta-se o telescópio para a estrela Vega e a leitura do fotômetro nos dá um sinal de 250,0 mili-volts.

Em seguida, apontamos o telescópio para a estrela

θ *Eridani* e obtemos a seguinte leitura (em mV):



Qual é a magnitude da estrela θ *Eri* ?

Solução:

A magnitude aparente visual de uma estrela é calculada, como já vimos, pela expressão:

$$\mathbf{m_v = -\,2{,}5\ log\ (F_{*v}/F_o)}$$

$$\mathbf{m_v = -\,2{,}5\ log\ (12{,}88/250{,}0)}$$

$$\mathbf{m_v = -\,2{,}5\ log\ (0{,}0515)}$$

$$\mathbf{m_v = +\,3{,}22}$$

Algumas magnitudes aparentes visuais:

Vega (α Lyrae)	0,00
Acrux (α Crucis)	+0,77
Mimosa (β Crucis)	+1,25
Rubídea (γ Crucis)	+1,59
Markab (α Pegasi)	+2,49
Mesartim (γ Arietis)	+3,88
Sirius (α Canis Majoris)	–1,58
Júpiter	–1,8 ~ –2,1
Vênus	–3,9 ~ –4,4
Lua Cheia	–12,6
Sol	–26,73

- Exemplo 1: qual é a magnitude aparente de uma estrela cujo brilho aparente é 10 vezes menor do que Vega?
- Solução:

$$m_v = -2,5 \log (F_*/F_o)$$

$$m_v = -2,5 \log (0,1*F_o / F_o)$$

$$m_v = -2,5 \log (1/10)$$

$$m_v = +2,5 \log 10$$

$$m_v = +2,5$$

- <u>Exemplo 2</u>: quantas vezes uma estrela *A* de magnitude 2,0 é mais brilhante do que uma estrela *B* de magnitude 5,5?
- Solução:

$m_A = -2,5 \log (F_A/F_o)$ e $m_B = -2,5 \log (F_B/F_o)$

Subtraindo essas duas equações temos:

$m_A - m_B = -2,5 (\log F_A - \log F_o) - [-2,5(\log F_B - \log F_o)]$

$m_A - m_B = -2,5 [\log F_A - \log F_o - \log F_B + \log F_o]$

$m_A - m_B = -2,5 [\log F_A - \log F_B]$

$\mathbf{m_A - m_B = -2,5 [\log (F_A/F_B)]}$

- No exemplo dado, $m_A = 2{,}0$ e $m_B = 5{,}5$ logo:

$2{,}0 - 5{,}5 = \mathbf{-}2{,}5 \log (F_A/F_B)$

$\mathbf{-}3{,}5 = \mathbf{-}2{,}5 \log (F_A/F_B)$

$\mathbf{-}3{,}5/\mathbf{-}2{,}5 = \log (F_A/F_B)$

$1{,}4 = \log (F_A/F_B)$

$\mathbf{F_A/F_B = 10^{1,4} = 25{,}1}$

Portanto, a estrela *A* é 25,1 vezes mais brilhante que *B*

- Exemplo 3: quantas vezes uma estrela *A* de magnitude aparente 1,0 é mais brilhante que uma estrela *B* de magnitude aparente 6,0?

- Exemplo 3: quantas vezes uma estrela *A* de magnitude aparente 1,0 é mais brilhante que uma estrela *B* de magnitude aparente 6,0?
- Solução:

$1{,}0 - 6{,}0 = -2{,}5 \log (F_A/F_B)$

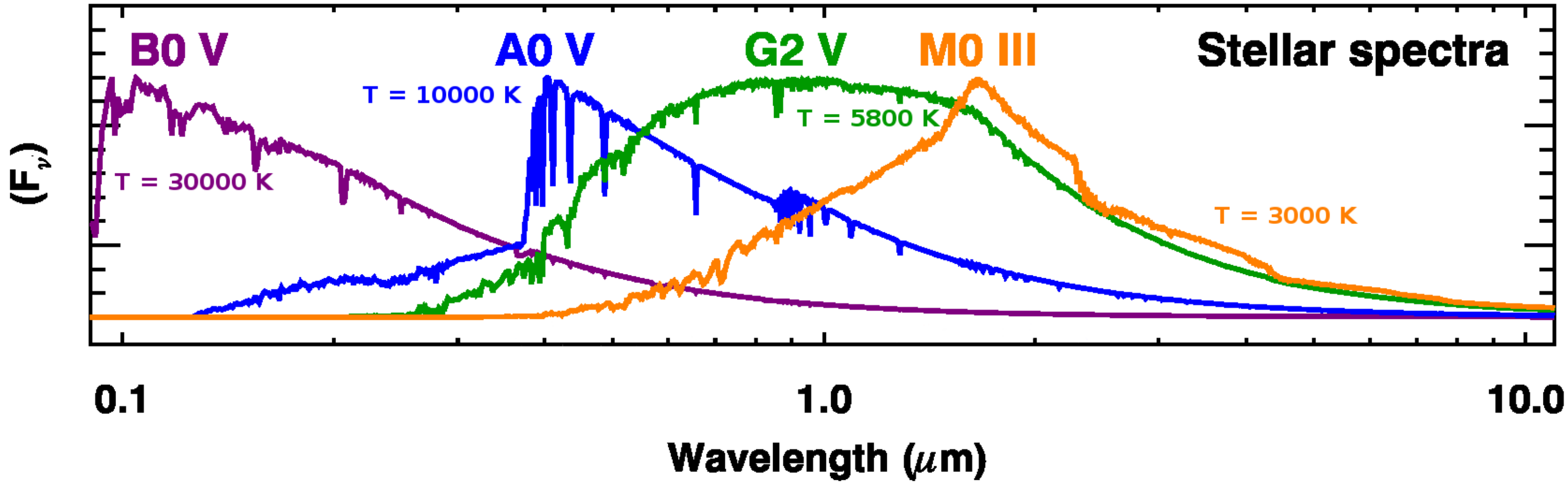
$-5{,}0 = -2{,}5 \log (F_A/F_B)$

$+2{,}0 = \log (F_A/F_B)$

$F_A/F_B = 10^{+2} = 100$

Portanto a estrela *A* é 100 vezes mais brilhante que *B,* conforme haviam proposto Hiparco e Pogson.

- As estrelas mais frias emitem mais radiação na região espectral do vermelho e do infravermelho.
- As estrelas mais quentes emitem mais radiação na região espectral do violeta e do UV.
- Como resultado, o olho humano percebe as estrelas com diferentes cores, dependendo de suas temperaturas.
- A magnitude aparente visual relaciona-se principalmente com o fluxo emitido na região amarela do espectro eletromagnético. Ela não considera a radiação emitida nos extremos do espectro visível e além (UV, violeta, infravermelho, etc.).



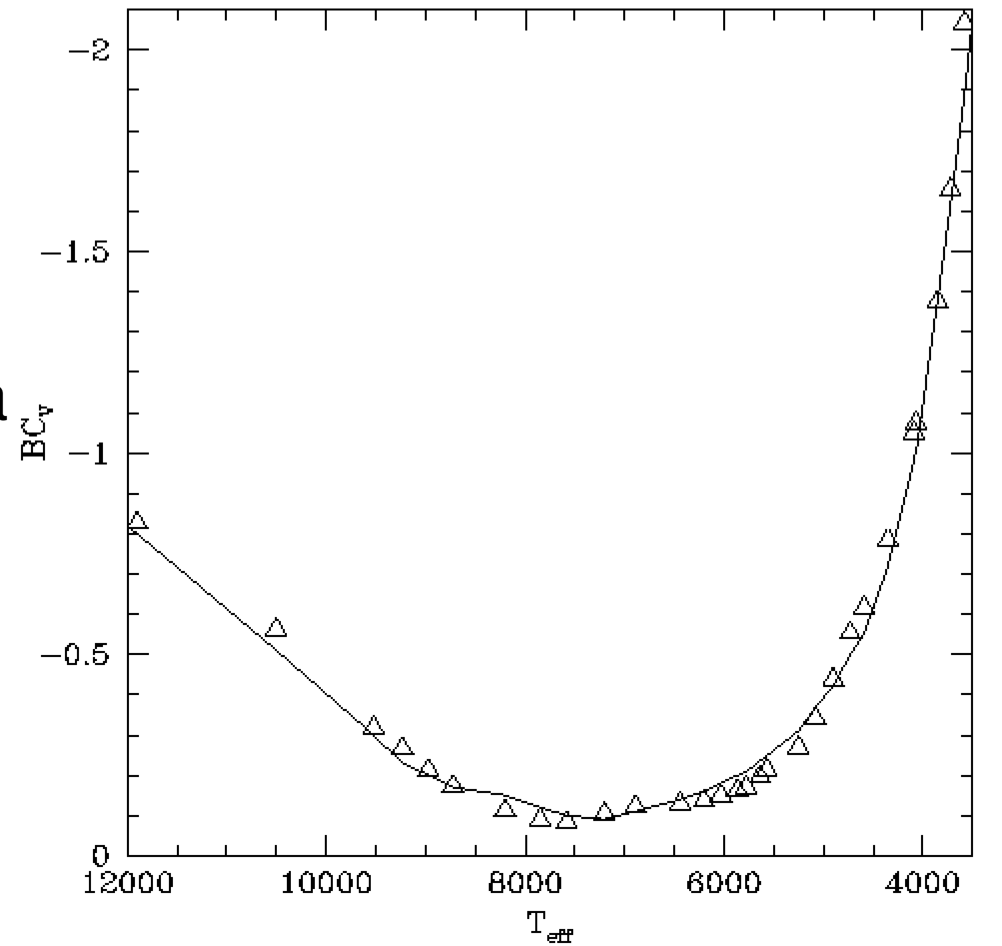
- O fluxo total (ou bolométrico) é a quantidade irradiada por uma estrela em todos os comprimentos de onda.

- A magnitude relacionada com o fluxo total emitido por uma estrela é a magnitude bolométrica (m_{bol})

- m_{bol} é obtido aplicando-se a correção bolométrica (C.B.) à magnitude visual:

$$m_{bol} = m_v + C.B.$$

- C.B. depende principalmente da temperatura da estrela.



Magnitude bolométrica:

Observe a foto da constelação do Cruzeiro do Sul (ao lado) e responda:

- Qual é a estrela mais fria?
- Qual é a mais quente?
- Qual delas tem o maior fluxo visual?
- Qual delas tem o maior fluxo em todo o espectro eletromagnético?

A constelação do Cruzeiro do Sul
O brilho aparente das estrelas depende da sensibilidade do olho humano às diversas cores.

- Exemplo:
  - Quais são as magnitudes bolométricas de *Procyon* (m_v=+0,34; T=6700 K) e de *Aldebaran* (m_v=+0,85; T=4400 K)?
  - Solução:

As magnitudes bolométricas dependem principalmente da temperatura das estrelas.

m_{bol}(*Procyon*) = m_v(*Procyon*) – 0,15 = +0,34 – 0,15 = +0,19

m_{bol}(*Aldeb.*) = m_v(*Aldeb.*) – 0,7 = +0,85 – 0,7 = +0,15

Portanto observe que, apesar de Procyon parecer mais brilhante visualmente (i.e. ao olho humano), se considerarmos todo o espectro eletromagnético <u>Aldebaran</u> é aquela que emite o maior fluxo.

- Exemplo:
  - Qual é a razão entre o fluxo de energia bolométrico de *Procyon* (m_{bol}=+0,19) e de *Aldebaran* (m_{bol}=+0,15)?
  - Solução:

Como queremos a razão entre os fluxos bolométricos, aplicamos a relação entre magnitude e fluxo (definição de magnitude):

$$m_{bol}(\mathit{Procyon}) - m_{bol}(\mathit{Aldeb.}) = -2{,}5\log(F_{bol}(\mathit{Procyon})/F_{bol}(\mathit{Aldeb}))$$

$$+0{,}19 - 0{,}15 = -2{,}5\log(F_{bol}(\mathit{Procyon})/F_{bol}(\mathit{Aldeb}))$$

$$F_{bol}(\mathit{Procyon})/F_{bol}(\mathit{Aldeb}) = 10^{(+0{,}15-0{,}19)/2{,}5} = 10^{-0{,}016} = 0{,}96$$

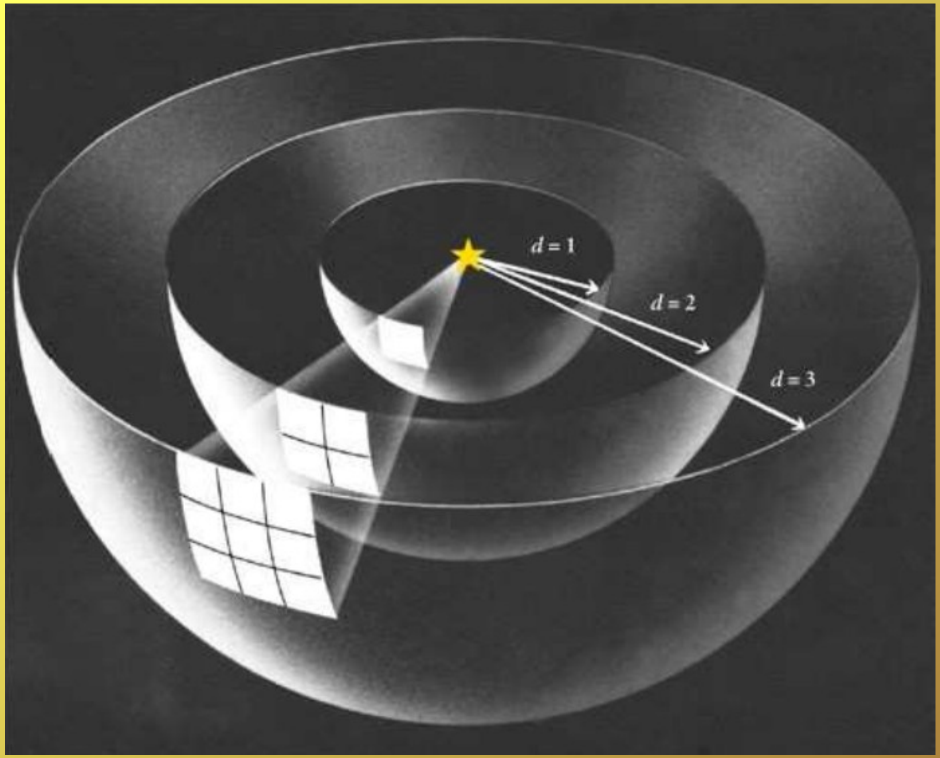
Portanto o fluxo total de Procyon é 96% do fluxo de Aldebaran

Em outras palavras: o fluxo total (bolométrico) de Procyon é 4% menor que o de Aldebaran.

Do que depende o brilho de uma estrela?

1) Depende de seu brilho intrínseco (ou absoluto). Há estrelas que irradiam mais do que outras. Isso depende do seu <u>tamanho</u> e de sua <u>temperatura</u>, como veremos.

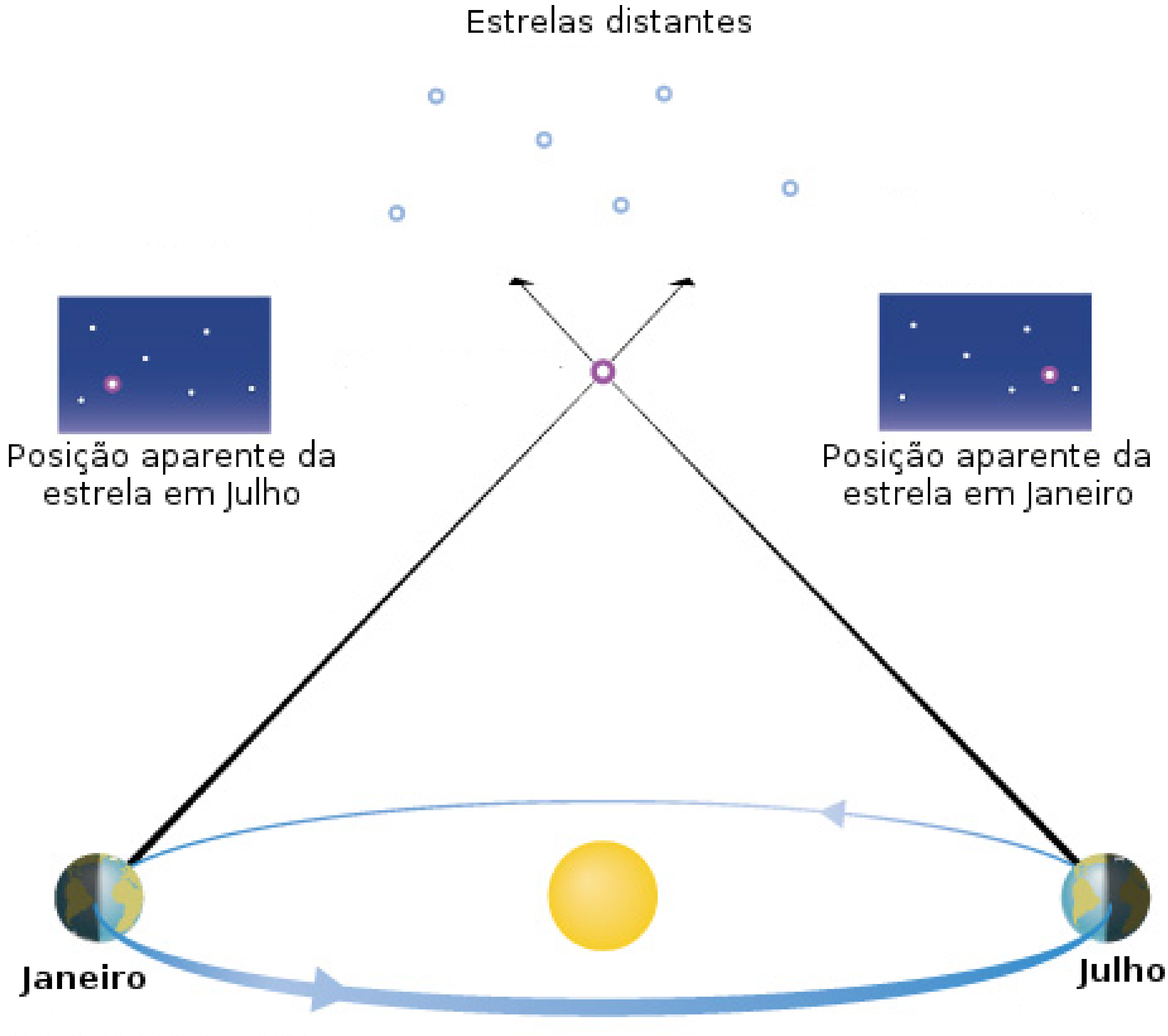
2) Depende de sua <u>distância</u>. A figura ao lado mostra que o fluxo luminoso diminui com o quadrado da distância (i.e. $F \sim d^{-2}$)



Quando se dobra a distância o fluxo cai a ¼
Quando se triplica a distância o fluxo cai a 1/9
($F \sim 1/d^2$)

A distância das estrelas

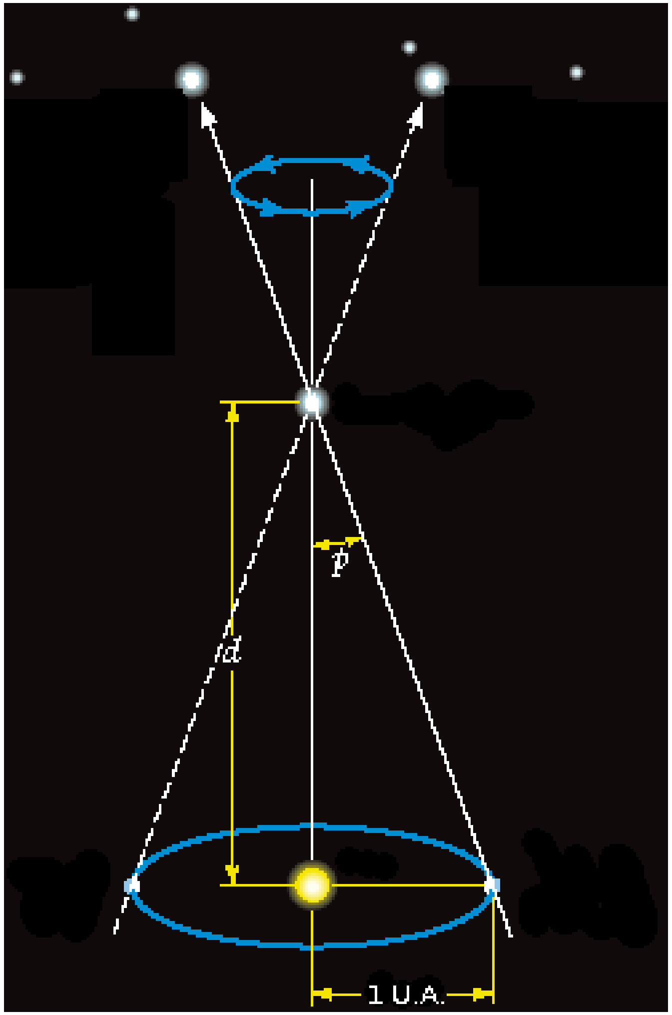
- Há vários métodos de determinação de distâncias estelares. O mais simples e direto é a paralaxe trigonométrica.
- A vantagem desse método é que ele se baseia em conceitos muito simples da geometria euclidiana.


Estrelas distantes
Posição aparente da estrela em Julho
Posição aparente da estrela em Janeiro
Janeiro
Julho

- Pela figura vemos que o ângulo *p* em radianos vale:

$$p\ (rad) = 1\ U.A./\ d\ (U.A.)$$

$$d\ (U.A.) = 1/p\ (rad)$$



- Mas geralmente o ângulo *p* é muito pequeno para ser quantificado em radianos. A unidade geralmente utilizada para se medir pequenos ângulos é o <u>segundo de arco</u> ('')

- Para converter radianos em segundos de arco:

$$\pi\ rad = 180^o = 180 \times 60 \times 60''$$

$$1\ rad = 648\,000/\pi = 206\,265''$$

- Utilizando a expressão da distância:

$$d(U.A.) = 1/p(rad) = 1/[p('')/206\ 265]$$

$$d(U.A.) = 206\ 265/p('')$$

- Desta maneira temos uma expressão para a distância de uma estrela, em U.A.
- No entanto, a U.A. é uma unidade de distância muito pequena para ser utilizada para as estrelas. Então <u>definimos</u> uma nova unidade de distância:

1 parsec = 206 265 U.A.

- Então:

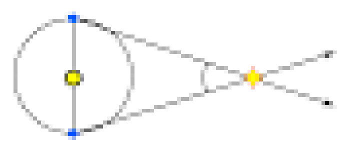
$$\mathbf{d\ (parsec) = 1/p('')}$$

Algumas paralaxes e distâncias:

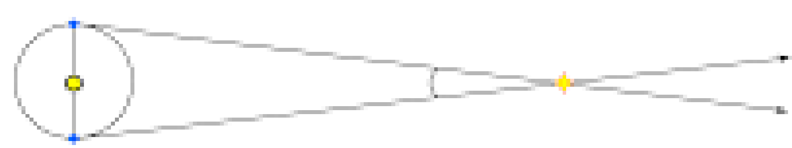
α Centauri	0,762''	1,31 pc
α Canis Majoris	0,379''	2,64 pc
α Canis Minoris	0,286''	3,50 pc
ε Eridani	0,311''	3,22 pc
61 Cygni A	0,287''	3,48 pc
α Tauri	0,050''	20,0 pc
α Virginis	0,012''	83,3 pc
α Scorpii	0,005''	200 pc

- Portanto, a unidade de distância mais comumente utilizada em Astronomia é o parsec (pc) e seus múltiplos: o kpc e o Mpc. O ano-luz raramente é utilizado.
- O parsec é a unidade de distância na qual uma estrela teria a paralaxe de 1 segundo de arco.
- 1 parsec = 206 265 U.A. = 3.08 x 10^{18} cm = 3,26 anos-luz
- Quanto mais distante a estrela, menor a paralaxe, e portanto mais dificil de medi-la.

Paralaxe de uma estrela próxima:



Paralaxe de uma estrela distante:



A luminosidade das estrelas

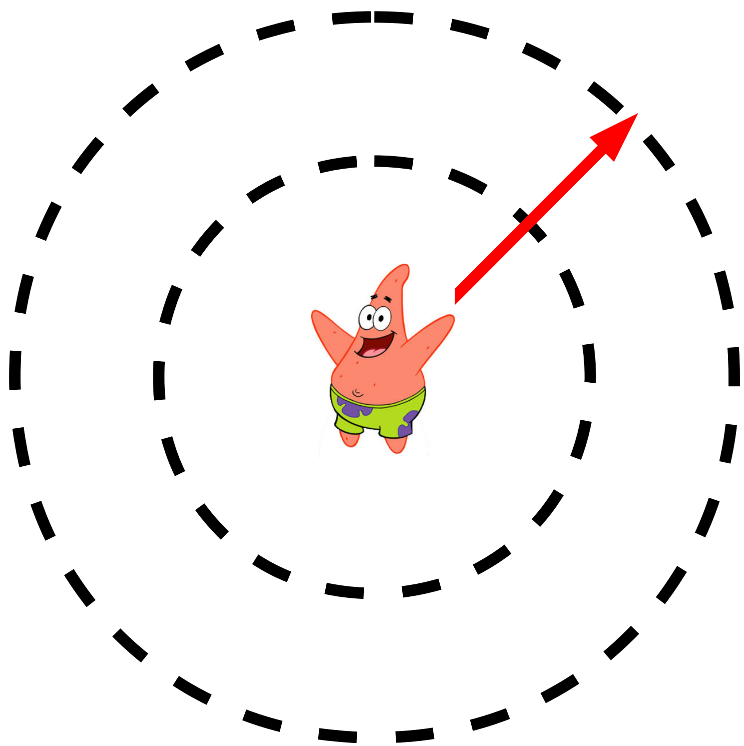
- A luminosidade, é a potência irradiada por uma estrela (W ou erg/s).
- Geralmente supõe-se que a estrela está em equilíbrio termodinâmico.
- A potência emitida por unidade de área na estrela é dada pela equação de Stefan: σT^4
- Multiplicando-se esse valor pela área da "superfície" da estrela ($4\pi R_*^2$), obtém-se sua luminosidade:

$$L_* = 4\pi R_*^2 \sigma T^4$$

A luminosidade das estrelas

- A luminosidade pode ser calculada se a distância da estrela for conhecida.
- Para isto, mede-se o fluxo aparente da estrela (ou sua magnitude aparente) e sua paralaxe.
- Supomos que a estrela irradie sua luminosidade isotropicamente.
- Supomos também que o espaço interestelar seja transparente, de modo que a radiação da estrela não seja absorvida pelo meio interestelar.

- A luminosidade da estrela é distribuida numa superfície matemática de área *S*, que aumenta com o quadrado da distancia, *d*.
- A luminosidade da estrela é suposta constante, mas é espalhada por uma área que cresce com a distância.



Área da esfera:
$S = 4 \pi d^2$

- O <u>fluxo</u> da estrela é dado pela razão entre a luminosidade emitida e a área (imaginária) da esfera.

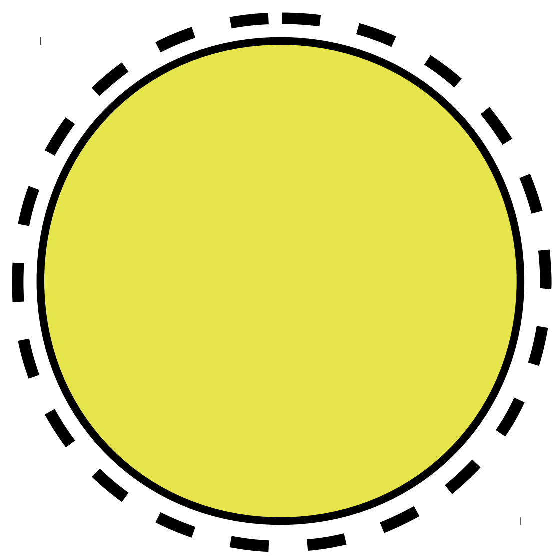
$$F_* = L_* / 4\pi\, d^2$$

- Medimos o fluxo da estrela F_*. Se soubermos sua distância d, então a luminosidade pode ser prontamente calculada:

$$L_* = 4\pi\, d^2\, F_*$$

- Note que, nas expressões acima, deve-se utilizar somente unidades do sistema CGS ou S.I. Se a distância da estrela for dada em parsecs, esta deverá ser convertida em metros (S.I.)ou centímetros (CGS).

- A última expressão também estabelece uma relação entre a luminosidade e o raio de uma estrela.
- Imagine que meçamos o fluxo emitido pela estrela a uma distância igual ao seu raio. Este será o fluxo em sua superfície!
- Veja a figura:



Acima: Uma estrela e a superfície (imaginária) onde medimos seu fluxo.

- Neste caso, temos:

$$\boldsymbol{L_* = 4\pi R_*^2 F_*}$$

- Se soubermos a temperatura da estrela (por exemplo, através da Lei de Wien), então podemos estimar o quanto ela irradia por unidade de área, o seu “fluxo na superfície”, F_*, se supusermos que ela está em equilíbrio termodinâmico:

$$\boldsymbol{L_* = 4\pi R_*^2 \sigma T_*^4}$$

- Frequentemente a expressão acima é comparada com os valores solares. Para o Sol, temos:

$$\boldsymbol{L_{sol} = 4\pi R_{sol}^2 \sigma T_{sol}^4}$$

- Portanto, a luminosidade de uma estrela, comparativamente ao Sol é dada pela expressão:

$$\boldsymbol{L_*/L_{sol} = (R_*/R_{sol})^2\ (T_*/5780)^4}$$

- A luminosidade pode ser calculada a partir do fluxo estelar medido e da distância obtida da paralaxe. A temperatura pode ser obtida, por exemplo, por meio da *Lei de Wien*.

- Exercício: Calcule o raio de Aldebaran, em raios solares.
  - Dados: T(Aldeb.)=4400 K, m_v=+0,85, p=0,050''

    T(Sol)=5780 K, m_v=–26,73
  - Procedimento:

    1) Calculamos a magnitude bolométrica aparente de Aldebaran e do Sol.

    Como a luminosidade se refere à quantidade total de energia irradiada pela(s) estrela(s), temos que transformar suas magnitudes visuais em bolométricas.

    - *Aldebaran:* $m_{bol} = m_v + C.B. = +0,85 + (-0,7) = +0,15$
    - *Sol:* $m_{bol} = -26,73 + (-0,35) = -27,08$

2) Calcule o fluxo de Aldebaran, relativo ao Sol

Utilizamos as magnitudes aparentes bolométricas:

$$m_{bol,*} - m_{bol,sol} = -\,2{,}5 \log (F_*/F_{sol})$$

$$+0{,}15 - (-27{,}08) = +27{,}23 = -\,2{,}5 \log (F_*/F_{sol})$$

$$\log (F_*/F_{sol}) = -\,(27{,}23/2{,}5) = -10{,}89$$

$$(F_*/F_{sol}) = 10^{-10{,}89}$$

3) Relacione fluxo com luminosidade e distância

Lembre-se de que o fluxo cai com o quadrado da distância:

$$F = L / (4 \pi d^2)$$

$$F_* / F_{sol} = (L_* / L_{sol}) (4 \pi d_{sol}^2 / 4 \pi d_*^2)$$

$$F_* / F_{sol} = (L_* / L_{sol}) (d_{sol} / d_*)^2$$

$$(L_* / L_{sol}) = (F_* / F_{sol}) (d_* / d_{sol})^2$$

4) Precisamos antes calcular as distâncias relativas de Aldebaran e do Sol

Utilizamos a paralaxe de Aldebaran e a definição de parsec para a distância ao Sol:

$d_* = 1 / p = 1 / 0{,}050'' = 20$ *parsecs*

1 *parsec* $= 206\,265$ *u.a.* $\rightarrow d_{sol} = (1 / 206\,265)$ *parsec*

5) Calculamos a luminosidade de Aldebaran relativa ao Sol

Utilizamos a expressão que determinamos no passo 3:

$$(L_* / L_{sol}) = (F_* / F_{sol})\ (d_* / d_{sol})^2 = 10^{-10.89}\ (20\ .\ 206\ 265)^2$$

$$(L_* / L_{sol}) = 10^{-10.89}\ \ 1{,}70 \times 10^{13} = 219{,}00$$

6) Utilizamos a expressão da luminosidade relativa

$$(L_* / L_{sol}) = (R_* / R_{sol})^2 \, (T_* / T_{sol})^4$$

$$(R_* / R_{sol})^2 = (L_* / L_{sol}) \, (T_* / T_{sol})^{-4} = 219{,}00 \times (4400/5780)^{-4}$$

$$(R_* / R_s)^2 = 219{,}00 \, . \, 2{,}99 = 653{,}73$$

$R_* = 25{,}6 \, R_s$ *(Aldebaran é uma estrela “gigante vermelha”)*

Para saber mais...

- *"A Via Lactea, nossa ilha no Universo" (*Jacques Lépine), EDUSP, cap. 2, p.p. 43-55
- *"Astronomia e Astrofisica" (*Kepler S. Oliveira & Maria de Fatima O. Saraiva); p.p. 151 – 152, 161 – 164