8a. Lista de Exercícios
Integrais e suas aplicações

Roberto Ortiz*

June 18, 2018

1-) Calcule as integrais abaixo:

(a) $\int_0^{\pi/3} \sin^2(3x)dx$
Resp.: $\pi/6$

(b) $\int_0^{\pi/2} \sin^3(2x)dx$
Resp.: $-4/3$

(c) $\int \sqrt{3x+4}dx$
$\frac{2}{9}(3x+4)^{3/2}+C$

(d) $\int \frac{dx}{x+1}$
Resp.: $\ln(x+1)+C$

(e) $\int x\cos(x)dx$
Resp.: $x\sin(x)+\cos(x)+C$

(f) $\int \frac{x^3dx}{a^4+x^4}$
Resp.: $\frac{1}{4}\ln(a^4+x^4)+C$

(g) $\int x^2 2^x dx$
Resp.: $\frac{2^x}{\ln(2)}(x^2-\frac{2^x}{\ln(2)}-\frac{2}{(\ln(2))^2})+C$

* *Professor Livre-Docente da Escola de Artes, Ciências e Humanidades da USP*

(h) $\int \frac{dx}{x\ln(x)}$
Resp.: $\ln(\ln(x)) + C$

(i) $\int (\ln(x))^2 dx$
Resp.: $x(\ln(x))^2 - 2x\ln(x) - 2x + C$

(j) $\int_{-1}^{1} \frac{|x|}{1+x^2}$
Resp.: $\ln(2)$

2-) Mostre, mediante integração, que a área de um círculo de raio unitário é igual a π. *Sugestão: escreva a expressão de um semi-círculo de raio unitário centrado na origem e integre a área sob essa curva. Durante o processo, você pode precisar fazer uma mudança de variável* $x = \cos(\theta)$.

3-) Calcule a área da figura abaixo.

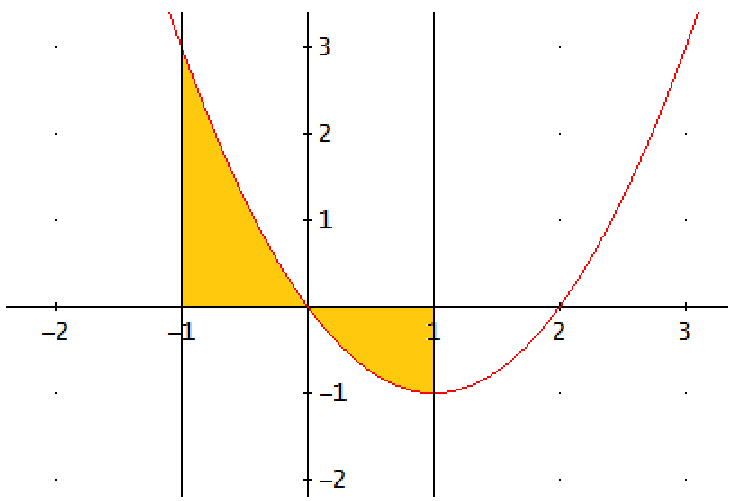

Figure 1: *Problema 2: Calcule a área marcada, tomando o sinal positivo da integral.*

Resp.: área da esquerda = 4/3, área da direita = 2/3.

3-) Calcule a área da figura abaixo.
Resp.: $(65/2) - (35/3) = 20.8333$.

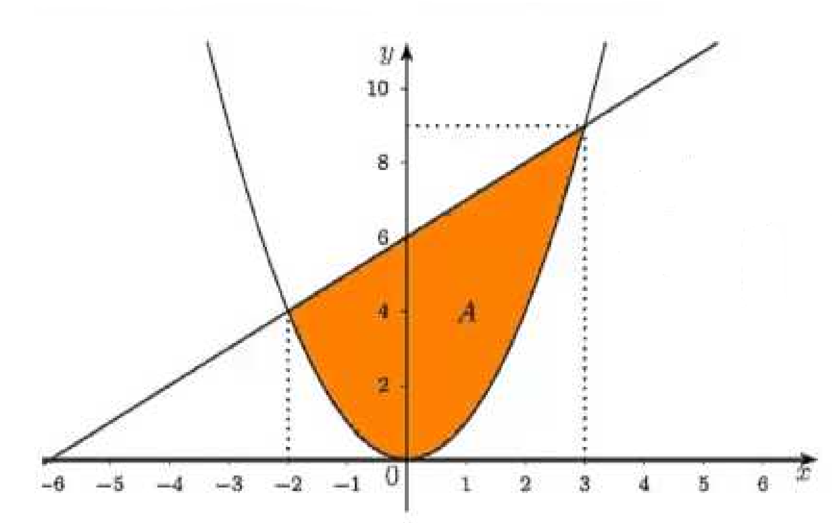

Figure 2: *Problema 3: Calcule a área marcada.*

4-) A densidade da atmosfera terrestre varia com a altitude h de acordo com a seguinte equação:

$$\rho(h) = \rho_o e^{-h/H}$$

onde ρ_o é a densidade ao nível do mar, igual a 1,3 kg/m^3, e H é a *escala de altura* da atmosfera. O fator H pode ser considerado constante se assumirmos que a temperatura do ar não muda com a altitude. O valor de H é de cerca de 8,5 km e este valor pode ser interpretado como *a altitude na qual a pressão atmosférica cai a um valor correspondente a 1/e (37%) da pressão ao nível do mar.*

Utilizando os dados acima, determine a pressão atmosférica ao nível do mar, mediante integração.

Resp.: $1,1 \times 10^4$ kgf/m^2, equivalente a $1,08 \times 10^5$ pascal.

5-) Constatou-se que uma planta, quando colocada imersa em água, segrega uma toxina, inicialmente a uma taxa de 5,0 μg por minuto. Observou-se também que essa taxa decresce exponencialmente com o tempo e que, decorridas 10 horas, a planta segregava a toxina a uma taxa de 2,5 μg por minuto.

(a) Determine uma expressão que represente a taxa de segregação da toxina S, em função do tempo t, em minutos. *Resp.:* $S(t) = 5,0e^{-(\ln 2)t/600}\mu\text{g/min}$.

(b) Determine a quantidade de toxina segregada durante a primeira hora. *Resp.: 290* μ*g/min.*

(c) Determine a quantidade total de toxina que pode ser segregada por essa planta. *Resp.: 4,3 miligramas.*

6-) Deseja-se construir um cadinho de porcelana com o formato de um paraboloide, cujo raio aumenta com o quadrado da distância da base. As medidas são dadas na legenda da figura 3. Determine a capacidade desse cadinho, em ml.

Resp.: 161 ml.

Figure 3: *Problema 6: A abertura superior do cadinho tem um diâmetro de 8 cm e sua altura também é de 8 cm. O raio do cadinho aumenta com a distância da base.*

References

[1] **O Cálculo com Geometria Analítica**, 3a. edição, Louis Leithold, Editora Harbra