

## Lista de Exercícios Origem e Evolução do Sistema Solar

*Roberto Ortiz  
Professor Livre-Docente  
Escola de Artes, Ciências & Humanidades da USP*

- 1-) Qual é a diferença entre nucleação e acreção?
- 2-) Por que os corpos menores do Sistema Solar não são esféricos?
- 3-) Por que a região mais interna do Sistema Solar é pobre em compostos voláteis, tais como as diversas formas de gelo, por exemplo?
- 4-) Demonstre a fórmula para a velocidade de escape  $V_e$  de um planeta esférico de massa  $M$  e raio  $R$ .
- 5-) Suponha que todos os planetas tenham a mesma densidade  $\rho$ , suposta constante. Mostre que a velocidade de escape de um planeta aumenta linearmente com o seu tamanho.
- 6-) Utilizando o resultado obtido no exercício anterior, e sabendo que o valor da constante da gravitação universal no sistema internacional de unidades é de  $6,67 \times 10^{-11}$ , calcule o valor da velocidade da Terra, sabendo-se que seu diâmetro é de 12,8 mil km e supondo que sua densidade (supostamente constante) seja de  $5,5 \text{ g/cm}^3$ .
- 7-) Repita o exercício anterior para a Lua, sabendo-se que seu diâmetro equivale a 27% do diâmetro terrestre e supondo-se que sua densidade seja a mesma.
- 8-) O Teorema da Equipartição da Energia diz que a energia cinética média das partículas de um gás em equilíbrio termodinâmico é igual a:  $E = 3/2 k T$ . Nesta expressão,  $k$  é a constante de Boltzmann e  $T$  é a temperatura do gás, em kelvin. Mostre que a velocidade quadrática média das partículas ( $V_{qm}$ ) deste gás é igual a:  $V_{qm} = \text{SQRT}(3kT/m)$ , onde  $m$  é a massa da partícula.
- 9-) Utilize a expressão dada no exercício anterior para calcular a velocidade quadrática média dos átomos de um gás de hidrogênio à temperatura de  $27^\circ\text{C}$ . Dado:  $1 \text{ u.m.a.} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ,  $k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ .
- 10-) Calcule a energia térmica  $U$  de 1 mol de gás hidrogênio, à temperatura de  $27^\circ\text{C}$ , supondo que essa energia é a soma da energia cinética média dos átomos de hidrogênio.
- 11-) Mostre que, ao dobrar-se a temperatura de um gás (medida em kelvin), a velocidade quadrática média de suas partículas aumenta 41%.
- 12-) Utilizando o resultado obtido no exercício 9, mostre que a velocidade quadrática média dos átomos de gás hélio a  $27^\circ\text{C}$  equivale à metade do gás hidrogênio a essa mesma temperatura. Dado  $m(^4\text{He}) = 4 \times m(^1\text{H})$ .
- 13-) O fluxo térmico advindo do subsolo terrestre deve-se principalmente à energia gerada por decaimentos radiativos. Neste processo, um elemento radioativo (urânio, tório, etc.) decai em um

núcleo mais leve e mais estável, emitindo um núcleo de  ${}^4\text{He}$  a uma grande velocidade. Por sua vez, esses átomos de hélio recém-formados podem escapar por fissuras da crosta e alcançar a superfície. Na Lua ocorre o mesmo fenômeno. Suponha que a temperatura na superfície da Lua seja de  $100^\circ\text{C}$  e que o hélio advindo do subsolo esteja também a essa temperatura. Átomos de  ${}^4\text{He}$  ejetados da superfície da Lua conseguem escapar para o espaço sideral? Dica: compare a velocidade quadrática média dos átomos de hélio com a velocidade de escape; considere também a forma da distribuição de velocidades.

14-) Quais planetas gasosos possuem anéis?

15-) Qual é a diferença entre planeta e planeta-anão? Qual é a semelhança entre planeta e planeta-anão?

## Respostas dos exercícios

1-) Nucleação é um processo que ocorre entre moléculas, por meio do qual, após muitas colisões inelásticas, elas finalmente formam um grão. Crescimento é um processo que ocorre entre grãos, por meio do qual, após muitas colisões, eles finalmente formam uma rocha.

2-) Porque a força gravitacional interna que age nesses corpos menores não é forte o suficiente para vencer a resistência interna desses corpos, de modo a mudar sua forma para uma esfera.

3-) Porque a região mais próxima do Sol, sendo mais quente, causaria a sublimação desses elementos, como já ocorreu no passado.

4-) Veja *slide* da aula intitulada “Origem e Evolução do Sistema Solar”: supõe-se a conservação da energia mecânica entre o lançamento de uma massa  $m$ , com velocidade  $V_e$  e supõe-se ainda que sua velocidade decaia a zero a uma distância infinita.

5-) Inicialmente obtemos a expressão para  $V_e$ , conforme o exercício 4. Em seguida, escrevemos a massa do planeta ( $M$ ) em função da fórmula da densidade de uma esfera ( $\rho$ ):  $M=(4/3)\pi\rho R^3$ . Substituindo na expressão da velocidade de escape obtemos:  $V_e=\text{SQRT}(8G\pi\rho/3)R$ .

6-) Cuidado para converter a densidade de  $\text{g/cm}^3$  para  $\text{kg/m}^3$ . Substituindo os valores na fórmula obtida no exercício anterior, obtemos:  $V_e=0,001753R$ , onde  $R$  é dado em metros. Convertendo o diâmetro de km para m e dividindo-o por 2 para substituir nesta última equação, obtemos  $V_e=11,2$  km/s.

7-) Para a Lua, o valor dentro do radical da fórmula obtida nos exercícios 5 e 6 é o mesmo, apenas o raio é menor, logo:  $V_e=0,27 \times 11,2 = 3,0$  km/s.

8-) Basta igualar a expressão da energia média das partículas à da energia cinética, isolar  $\bar{V}^2$  e calcular sua raiz quadrada.

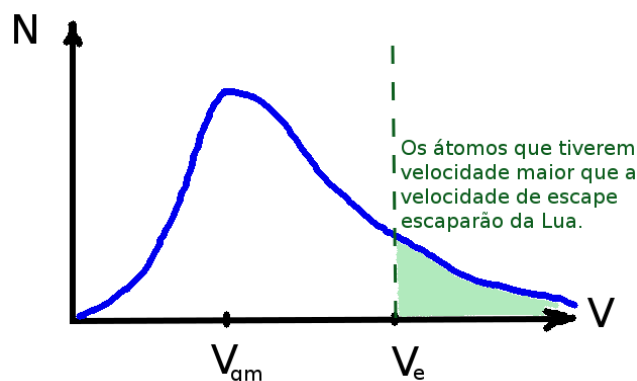
9-) Primeiro, converta a temperatura para kelvin ( $27 + 273 = 300\text{K}$ ). Em seguida, substitua na expressão obtida no exercício anterior:  $\bar{V}_{qm} = \text{SQRT}(3kT/m) = \text{SQRT}(3 \times 1,38 \times 10^{-23} \times 300/1,66 \times 10^{-27}) = 2,74$  km/s.

10-) No exercício 8 foi dado que a energia cinética média de uma partícula de um gás é de  $3/2 k T$ . Como 1 mol contém o Número de Avogadro ( $N_A$ ) de partículas, ou seja:  $6 \times 10^{23}$ . Logo, basta multiplicar o valor da energia média de cada partículas pelo número de partículas para se obter a energia total:  $U = 3/2 k T N_A$ , onde  $N_A$  é o Número de Avogadro. Substituindo, obtemos:  $U = 3/2 \times 1,38 \times 10^{-23} \times 300 \times 6,0 \times 10^{23} = 3,73 \times 10^3$  joule.

11-) No exercício 9 foi mostrado que  $\bar{V}_{qm}(T) = \text{SQRT}(3kT/m)$ , onde  $T$  é uma temperatura específica. Ao dobrarmos a temperatura, isto é, supondo-se temperatura  $2T$ , teremos:  $\bar{V}_{qm}(2T) = \text{SQRT}(3k2T/m) = \text{SQRT}(2) \times \text{SQRT}(3kT/m) = 1,41 \times \bar{V}_{qm}(T)$ . Logo, a velocidade quadrática média torna-se 41% maior.

12-) No exercício 9 obtivemos que  $\bar{V}_{qm} = \text{SQRT}(3kT/m_H)$ , onde  $m_H$  é a massa do átomo de hidrogênio. No caso de um gás de hélio à mesma temperatura  $T$ , teríamos:  $\bar{V}_{qm}(\text{He}) = \text{SQRT}(3kT/m_{He}) = \text{SQRT}(3kT/4m_H) = \bar{V}_{qm}(\text{H})/2 = 1,37$  km/s.

13-) A velocidade quadrática média obtida no exercício 9 é calculada como  $\bar{V}_{qm} = \text{SQRT}(3kT/m_{He})$ , onde  $m_{He}$  é a massa do átomo de hélio (4 u.m.a.). Substituindo os valores para a temperatura de  $100^\circ\text{C}$  (equivalente a 373 K) obtemos  $\bar{V}_{qm} = 1,5$  km/s. A velocidade de escape da Lua, obtida no exercício 7, é de 3,0 km/s, o dobro de  $\bar{V}_{qm}$ . No entanto, apesar da velocidade quadrática média dos átomos de hélio ser a metade do necessário para escapar da Lua, esse valor representa apenas uma média. O gráfico da distribuição de velocidade mostra que existem átomos com diversas velocidades, desde zero até muitas vezes o valor médio. Se observarmos que  $\bar{V}_{qm}$  é da mesma ordem de grandeza que  $V_e$ , concluímos que deve haver uma fração dos átomos de hélio que serão capazes de escapar da Lua.



14-) Todos, isto é: Júpiter, Saturno, Urano e Netuno.

15-) Diferença: planeta é o astro dominante na região de sua órbita, enquanto um planeta-anão compartilha sua órbita com outros astros de igual ou semelhante importância. Semelhanças: ambos orbitam em torno do Sol e têm formato esférico.